

3

TRATTATO
TEORICO E PRATICO
DELL' ARTE
DI EDIFICARE
DI
G. RONDELET

TRATTATO
TEORICO E PRATICO
DELL'ARTE
DI EDIFICARE

DI
GIOVANNI RONDELET

Architetto, Cavaliere della Legione d'onore; Membro dell'Istituto di Francia; Membro onorario del Comitato consultivo delle fabbriche della Corona; Ispettore generale onorario dei Lavori pubblici, e Membro onorario del Consiglio dei Fabbricati civili presso il Ministro dell'Interno; Professore emerito di Costruzione alla Scuola Reale di Belle Arti; Socio dell'accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Lione; Membro onorario dell'Accademia di S. Luca a Roma; Socio libero dell'Accademia Imperiale di Pietroburgo e di molte altre dotte Società.

PRIMA TRADUZIONE
ITALIANA
SULLA SESTA EDIZIONE ORIGINALE
CON NOTE E GIUNTE IMPORTANTISSIME

PER CURA
DI BASILIO SORESINA
PRIMA EDIZIONE NAPOLITANA

TOMO II.
PARTE PRIMA

NAPOLI
STABILIMENTO TIPOGRAFICO DI FRANCESCO DEL VECCHIO

Vico Purgatorio ad Arco n.° 9. primo appart.

1839.



85521

TRATTATO
DELL' ARTE
DI EDIFICARE

LIBRO SECONDO

COSTRUZIONE IN PIETRE DI TAGLIO

CAPO PRIMO

DELL' APPARECCHIO DELLE COSTRUZIONI ANTICHE

Carattere primitivo delle costruzioni in pietra di taglio presso diversi popoli antichi e moderni.

GLI antichi popoli che hanno edificato in pietra di taglio e soprattutto gli Egizi si sono studiati di fare uso di pietre di enormi moli per rendere i loro edifici più solidi e durevoli (1). Oltre gli obelischi e i tempi monoliti di cui si è parlato nel primo Libro, con istupore si vedono nelle ruine degli antichi edifici d'Egitto, pietre lunghe più di 10 metri, sopra tre o quattro di larghezza e due o tre di spessezza, il cubo delle quali è più di 100 metri, ed il peso 4 in 5 mille libbre.

Nelle ruine di Persepoli si trovano pietre che hanno perfino 52 piedi di lunghezza, (metri 17) sopra 6 piedi o 2 metri di altezza ed altrettan-

to di lunghezza. Uno de' filari di pietre del gran tempio di Balbek offre una lunghezza di 175 piedi $\frac{1}{2}$ (metri 57) formata di tre pietre (2), una delle quali ha 58 piedi e 7 pollici, l'altra 58 piedi ed 11 pollici, e la terza 58 piedi, cioè 19 metri per ciascheduna; la loro grossezza comune è di 12 piedi, o metri 4.

In tutte le parti del mondo si trovano monumenti ove si impiegarono pietre di straordinaria grandezza. In America esistono costruzioni che possono figurare sotto questo rapporto con quelle dell'antico continente; e tali sono le ruine di una fortezza degli antichi Peruviani, situata presso Cusco. Vi si veggono pietre lunghe più di 40

(1) L'unico apparecchio usato nei monumenti Egizi è quello per ordini di filari regolari, corrispondenti all'*isodomum* degli antichi, e che sotto tutt' i rapporti può essere considerato come il più perfetto. Del resto, benchè le loro costruzioni in generale siano osservabili

per la regolarità delle pietre e per la precisione del taglio di esse, in nessuna parte trovasi l'indizio dell'apparecchio adoperato come mezzo di decorazione.

(2) Senza dubbio è per questa ragione che questo tempio fu chiamato *Tripteros*, cioè di tre pietre.

piedi, e che pretendesi essere state trasportate da più di 400 leghe per difficilissime vie. Se ne osserva una fra le altre a cui si è dato nome di pietra *faticosa* a cagione delle straordinarie difficoltà provate nel trasportarla; si ritiene per la più grande conosciuta; e l'architetto incaricato di tale operazione, chiamato Colla Cunchy, vi adoperò 20000 uomini.

Le pietre di questa fortezza sono tutte di forme irregolari come il grande *opus incertum* (1) dei Romani. Le grandi pietre sono riunite per mezzo delle più piccole, accomodate con tanta arte e precisione che le commessure appena si distinguono; ma ciò che maggiormente sorprenderà è il sentire che queste sono state lavorate da Peruviani ignoranti affatto l'uso del ferro, ed è probabile che costoro siano giunti a dare ad esse tale perfezione strofinando le une sulle altre.

Diversi apparecchi conosciuti ed adoperati dagli antichi nella costruzione dei muri.

Nelle costruzioni degli antichi si osserva in generale che le pietre sono state posate senza malta, e immediatamente congiunte le une alle altre senza impostature od assottigliamenti. Le superficie a contatto sono appianate con tanta cura e precisione in tutta la loro estensione che le commessure appena sono sensibili; e ciò fa credere che per posarle sfregassero una contro l'altra le pietre onde distruggere le ineguaglianze che potevano impedirne il combaciamento.

Quando le pietre di taglio non avevano un volume sufficiente a produrre il conveniente grado di stabilità, gli antichi le ruinavano con ramponi di ferro o di bronzo e talvolta anche con

chiavi o code di rondine in legno indurito al fuoco.

Apparecchio semplice ed a filari regolari in cui ogni pietra forma la grossezza del muro (Tav. X, fig. 1).

I nomi adoperati da Vitruvio nel Capo VIII del Libro II, per distinguere le diverse maniere di murare usate dai Greci e dai Romani, relative all'apparenza o alla disposizione delle pietre onde sono formati i muri, possono anche applicarsi alle opere in pietre di taglio. L'*isodomo* dei Greci, *opus isodomum* dei Romani, presenta ad un tempo l'apparecchio più semplice e più perfetto. Esso è il più generalmente impiegato in tutte le costruzioni antiche; ma solo nei muri de' tempi si vede eseguito in tutta la sua perfezione. L'*isodomo* ha tutti i suoi filari di una stessa altezza, ed ogni pietra è di eguale lunghezza costituente la spessezza del muro. Molti tempi d'Atene (2) e di Roma offrono l'*isodomo* esattamente osservato. I Romani hanno impiegato spesso l'apparenza dell'*isodomo* come mezzo di decorazione sugl'intonachi dei muri in mattoni; e se ne veggono ancora le vestigia nei muri esteriori del Panteon e del tempio della Pace. Del resto l'*isodomo* corrisponde perfettamente alle nostre costruzioni per filari regolari (3).

Apparecchio doppio formato di pietre d'eguali dimensioni, posate a due a due in larghezza ed una sola in lunghezza sopra la spessezza del muro.

La figura 2 offre una combinazione di pietre

(1) Apparecchio di forma poligona.

(2) Vedi Stuart, Antichità d'Atene.

(3) Il tempio della Concordia a Girgenti in Sicilia, di cui noi siamo stati a studiare più particolarmente la costruzione, offre un esempio notabile di questo genere d'apparecchio. Tutt' i filari delle pietre che formano i muri, ad eccezione del primo inferiore, hanno 19 pollici (centimetri 51) di altezza. Le pietre di ogni filare, che sono tutte uguali, hanno 3 piedi e 10 pollici di lunghezza (metri 1, 24). La loro larghezza, che forma la spessezza del muro, è di 2 piedi 8 pollici (centimetri 87). Questa costruzione composta di pietre di mediocre grandezza posate senza malta, nè riunite da ramponi di ferro o di bronzo, nè da chiavi di legno, sussiste ancora in eccellente stato; ed è stata così ben fatta che posteriormente si è potuto, in una parte dei muri laterali, praticar archi tagliati nel muro come si vede nella figura 1. della Tavola XVI. Queste arcate che hanno 5 piedi e 2 in 3 pollici (metri 1, 7) di

larghezza, sono state distribuite secondo la regolarità dell'apparecchio. L'arco di ciascuna è incavato nelle pietre che si sostengono pel reciproco legame, indipendentemente da alcun taglio. Si osserva pure con meraviglia che la demolizione d'uno de' pilastri che separano le arcate non ha prodotto veruna disunione nella parte superiore del muro che si sostiene cogli addentellati formati dalle commessure e indicati nella stessa figura dalle lettere *a, b, d, e, f*. La specie di pietra colla quale è costruito questo muro rassomiglia a quella di Saillancourt che ha servito pel ponte di Neuilly. Questa pietra, grossolana e porosa, essendo stata esposta per secoli a tutte le intemperie dell'aria presenta un tessuto acido composto di strati disposti a seconda dei letti di cava. Si vede dalle direzioni di tali specie d'incavature che sono ora parallele ora perpendicolari o inclinate agli ordini de' filari, che queste pietre sono state messe indifferentemente per tutt' i sensi, senza seguire il loro letto di cava.

di egual forma e dimensione, disposte per filari della stessa altezza. Queste pietre la cui lunghezza è doppia della larghezza, presentano alternativamente una faccia quadrata ed una rettangolare o bislunga. Le pietre a faccia quadrata formano sole la grossezza del muro mentre ne occorrono due delle altre. Questa disposizione era usata dai Greci i quali chiamavano *ισομετρικα* le pietre B a doppie facce quadrate che formavano la spessorezza del muro: nelle costruzioni moderne s'indicano col nome di *leghes* (*parpains*) (1).

Apparecchio triplice formato di pietre di eguali dimensioni posate a tre a tre in larghezza ed una in lunghezza sopra la spessorezza del muro.

La figura 3 presenta una combinazione di pietre quasi simili alle precedenti, ma invece d'aver nella stessa fila le pietre alternativamente bislunghe e quadrate, ogni ordine è composto di pietre d'una stessa figura; in guisa che una fila di pietre a faccia quadrata si trova fra due ordini di pietre a faccia oblunga. Le pietre a faccia quadrata formano tutta la grossezza del muro, mentre ne occorrono due o tre ordini di quelle che sono oblunghe. Queste pietre,

che si collegano in tutt' i sensi, formano una costruzione solidissima; se ne trovano molti esempi nelle ruine degli antichi edifici di Roma e dei contorni, e fra gli altri in una parte dei muri di parapetto presso l'imboccatura delle grandi cloache, in una parte di muro a Palestrina e negli avanzi d' un antico sepolcro presso Albano.

Apparecchio composto, alternativamente doppio e triplice sulla grossezza del muro.

La figura 4 indica una costruzione formata di filari di due altezze diverse, posti alternativamente l' uno sull' altro. I piccioli fanno due terzi della dimensione dei grandi, in guisa che per formare la grossezza del muro occorrono tre di quelli, o due grandi, e ciò produce un doppio legame all' interno ed all' esterno.

Quest' apparecchio di cui trovansi esempi nelle costruzioni antiche, non è disagiata quando le pietre hanno le proporzioni indicate sulla figura, ed è il *pseudisodomum* degli antichi. I piedestalli innanzi ai Propilei d' Atene sono apparecchiati in questo modo. Tale disposizione è stata imitata in molti edifici di Roma e d' Italia ove ogni pietra è stata distinta con tagli (2).

(1) La disposizione delle pietre nella Figura 3, Tavola X, è eguale a quella della Fig. 2. Questa costruzione differisce solo in ciò che essendosi supposto il muro più grosso, si è riempito lo intervallo, fra le pietre che hanno la loro lunghezza in mostra, con fabbrica di rottami di pietre. Vitruvio ha parlato di questa specie di costruzione che i Greci chiamavano *ισομετρικα*, e se ne trovano molti esempi nelle ruine degli antichi edifici. Si può per economia adottare questa maniera di edificare quando i muri non debbono sostenere un gran peso.

La figura 7 della stessa Tavola indica la disposizione delle pietre da taglio che formano il rivestimento d'una costruzione in cerchio per servire di sepolcro a Cecilia Metella figlia di Metello Cretico e moglie di Crasso il triumviro.

Le teste di buc che sono nel fregio sotto la cornice che termina questo monumento gli hanno fatto dare il nome di *Capo di Bove* con cui lo indicano in oggi i Romani.

Il rivestimento presenta all' esterno un apparecchio regolare di pietre a faccia quadrata di una stessa grandezza, commesse le une colle altre o distinte da spartimenti; ma il vero apparecchio è simile a quello della fig. 2, Tav. X, composto di pietre colle facce alternativamente quadrate e rettangolari o bislunghe, di lunghezza doppia dell' altezza. Quelle di faccia quadrata hanno una coda che entra profondamente nella grossezza del massiccio costruito in pietrame.

Piranesi che ha dato le particolarità di questo monu-

mento nella Tavola XLIX del terzo volume delle Antichità Romane, pretende che queste pietre fossero riunite da ramponi di metallo, ma non se ne vede alcun vestigio.

(2) Nella fig. 6 della stessa tavola si vede una disposizione d' apparecchio di cui si è fatto uso per rivestimenti in pietra di taglio delle antiche mura dei baluardi di Mompellieri. Questi rivestimenti sono fatti con una specie di arenaria chiamata pietra di Pignan della quale si è parlato nel primo Libro. Queste pietre, di una stessa forma e dimensione, hanno un metro circa di lunghezza sopra un mezzo metro di larghezza ed un quarto di spessorezza; ciascun filare è formato da un ordine posato alternativamente in piano ed in coltello. Con tale disposizione quello posato in piano fa legame col mezzo del muro, costruito di rottami di pietre a bagno di malta e ben ripieno, come appunto ho osservato in molti luoghi ove i rivestimenti sembravano distrutti dal cannone. (I Calvinisti si erano impadroniti di questa piazza sotto il regno d' Enrico III; e fu ripresa sotto Luigi XIII nel 1622, dopo un lungo assedio). In molte parti di questi rivestimenti si veggono ancora i segni delle palle.

Sembrami assai bene immaginato questo genere di rivestimento allorchè si possono avere pietre suscettibili a l' essere collocate in senso contrario alla naturale direzione de' loro strati, resistenti a tutte le intemperie dell' aria, e non soggette a sfaldarsi, come lo sono quasi tutte le pietre calcaree disposte a strati, e particolarmente quelle di Parigi.

Apparecchio irregolare, formato di pietre d'ogni dimensione riunite a filari interrotti da intaccature su tutt'i sensi.

Si sono raccolte nella figura 8 tutte le irregolarità che si trovano negli antichi edifici costrutti in pietra di taglio e specialmente nelle mura che cingono Roma. Incontransi pure simili irregolarità nelle costruzioni moderne perchè il travertino non si trova a strati come le pietre di Parigi, e perchè varia di grossezza quasi ad ogni pezzo; in guisa che per impiegare questa pietra si devono fare riunioni ed intaccature come si vedono nel Colosseo, nel teatro di Marcello ed a S. Pietro di Roma. Ma siccome queste pietre non sogliono prender tinte diverse, e la maggior parte sono messe in opera senza malta di calce, o almeno la è impastata con sabbia finissima, così le commessure sono poco visibili, e la irregolarità non si riconosce (1).

Apparecchio poligono, formato di pietre tagliate in prismi irregolari.

L'apparecchio in pietre poligone rappresentato dalla figura 9 è ancor più irregolare; esso è stato copiato da una parte delle mura di Fondi nel regno di Napoli: le pietre di cui è composto hanno perfino 8 in 9 piedi di lunghezza sopra 4 in 5 di altezza. Così pure sono costrutte le mura dell'antica Cori presso Velletri, e di molte altre città degli antichi Etruschi, come Volterra, Fiesole e Cortona ove si osservano pietre che hanno fino a 20 piedi di lunghezza.

(1) Le figure 6 e 7 della Tavola IX rappresentano due parti di muraglie antiche riportate nel *Musoeum Etruscum* di Gori, Tomo III, pagina 63. La figura 6 è tratta dalle ruine di una antica città Greca chiamata Argo d'Ambracia sulle coste del mare Adriatico nel golfo di Larta.

La figura 7 è presa dalle ruine dell'antica città di Calidone nel golfo di Corinto. Gori assicura che tali costruzioni sono state disegnate e misurate esattamente sui luoghi da Ciriaco di Ancona, antiquario, pittore ed architetto, nel 1436.

Queste costruzioni sono fatte con grandissime pietre ben congiunte a senza malta. Si vede in ciascheduno di questi muri un'arcata di 6 in 7 piedi di larghezza, che sembra stata fatta nella massa dopo la sua costruzione. La centinatura dell'arcata nella muraglia di Argo è presa in due pietre dello stesso filare, in modo che una giuntura trovasi a biombo nel mezzo. Queste pietre, ciascuna di 10 piedi di lunghezza sopra 5 di altezza, formano la spessezza del muro che può essere di quattro piedi. Nella stessa costruzione esistono pietre lunghe

Questo apparecchio differisce dalla costruzione chiamata da Vitruvio *opus incertum*, solamente perchè quest'ultima essendo formata di pietruzze rozze e irregolari che possono toccarsi in certi punti, acquista solidità per la malta di calce che le unisce riempiendo gl'intervalli che rimangono fra loro. Questo ripieno procura ad esse un doppio vantaggio; il primo di poter essere sostenute in tutta l'estensione delle loro superficie, e l'altro, dipendente dalla proprietà della calcina, è di unirle con maggior forza.

Nelle costruzioni in pietra di taglio, di cui si tratta, le commessure e gli strati sono fatti in modo che le pietre possono unirsi immediatamente e sostenersi a vicenda per tutta l'estensione delle loro superficie, il che loro procura il primo vantaggio delle costruzioni in pietruzze murate in malta di calce. Rispetto al secondo, esso trovasi compensato dal peso; poichè una pietra pesante dieci mille libbre, posata sul proprio strato, può essere considerata come una massa di fabbrica aderente a questa superficie con una forza eguale al peso indicato: tale sarebbe una pietra di mediocre durezza, lunga 12 piedi, larga 4 ed alta 2, producente 96 piedi cubici. Ma se questa pietra invece d'essere rettangolare fosse irregolare come quella della figura 9 e posata sopra piani inclinati in senso contrario, come *b*, *c*, *d*, è certo che ad egual volume avrebbe ancora maggiore stabilità, per la maniera colla quale si trova racchiusa tra quelle all'intorno: lo stesso è dell'apparecchio rettangolare della figura 8, le pietre del quale sono ritenute da intaccature, come *g*, *h*.

Ma nondimeno trattandosi di piedritti isolati, o di muri di poca grossezza e di molta eleva-

dai 12 fino ai 18 piedi; il filare inferiore è alto 6 piedi.

Ad ambi i lati dell'arcata si legge un'iscrizione greca in caratteri grandissimi; quella a destra significa: *Cefalo, dolce o umano; o quella a sinistra Andronico, esattore dei tributi, vi saluta.*

La parte di muro tolta dall'antica Argo è formata di pietre di varie altezze poste in uno stesso filare, in guisa che le più alte talora corrispondono a due di essi, senza commessure. Le pietre più lunghe sono di 22 piedi; la più grande altezza di filare è 5 piedi. L'arco è incavato in due pietre, il che riduce a nulla la loro altezza nel mezzo, ma sono ricoperte da una sola pietra di 29 piedi di lunghezza (*): tutte e due queste costruzioni hanno al basso una specie di modanatura o semibase.

(*) Non si sono valutati questi piedi in metri, perchè non si sa qual piede sia, nondimeno probabilmente è il piede romano.

zione, l'apparecchio rettangolare per filari orizzontali è il solo che possa convenire; ed a cagione della sua regolarità dev'essere preferito in tutt' i casi, a meno che la forma naturale delle pietre non permetta di far uso dello stesso per ragione della ingente spesa o del tempo necessario a squadrarle. Puol servire l'apparecchio poligono in una operazione che richiede molta prestezza nella quale si deve trar profitto da qualunque sorta di pietre frettolosamente ammassate, appunto come gli antichi sovente lo hanno usato per riparare le brecce, o costruire le mura delle città. In quasi tutte le ruine delle mura di antiche città greche si osserva un miscuglio di tutte le costruzioni in pietre di considerevole grandezza.

Del resto ciò che si è detto delle costruzioni in pietre poligone fa conoscere abbastanza che questo genere d'apparecchio sarebbe poco adatto all'impiego di pietre disposte a strati nelle cave.

Apparecchio incatenato, formato di pietre alternativamente abbassate ed innalzate sopra ciascuno strato, onde innestare le une nelle altre.

La figura 1 della Tavola XI indica una maniera di unire le pietre di taglio le une colle altre senza ricorrere alle chiavi di legno od ai ramponi, ma solo per la forma del loro apparecchio. Quest'esempio citato da Piranesi è tolto dal teatro di Marcello a Roma. Il letto delle pietre è diviso in quattro parti da due linee rette perpendicolari tra loro che, incontrandosi nel centro, terminano nel mezzo di ciascuna faccia. Due di queste parti diagonalmente opposte sono incavate ossia più basse di pollici 2 circa, e le altre due parti diventano sporgenti. Queste

pietre sono sovrapposte in modo che ciascuna ne unisce due col mezzo delle parti sporgenti della pietra superiore le quali intromettonsi nelle incavature delle due pietre inferiori, vi corrispondono, appunto nel modo indicato nella figura citata con linee punteggiate che partono dalla superficie inferiore della pietra A, elevata in aria, e vanno alle porzioni corrispondenti delle superficie inferiori delle due pietre C e D, colle quali essa deve legarsi (1).

Apparecchio misto, fatto di pietre e travi combinati insieme.

Allorquando gli antichi dovevano far mura di città o costruzioni di grossezze considerevoli, e che la fretta con cui dovevano essere eseguite non permetteva loro di usare tutte le precauzioni che solevano prendere, si servivano di pezzi di legno per riunirle. Ecco ciò che ne dice Vitruvio nel Capo V del primo Libro:

» Ma la grossezza del muro deve, a mio
» parere, esser tale che gli uomini armati in-
» contrandosi l'un con l'altro possano questi e
» quelli passar senza urlare. Inoltre in tutta la
» grossezza del muro s'incastano travicelli di
» ulivo brustolato l'un con l'altro di seguito
» combaciandosi, di modo che entrambe le
» fronti del muro con questi travicelli (quasi
» con arpioni) concatenate, abbiano perpetua
» durata. Perchè a tale materia nè l'intempe-
» rie, nè il tarlo, nè l'antichità può nuoce-
» re; ma tanto sepolta in terra che sott'acqua
» dura eternamente utile senza difetti. Onde non
» solamente i muri, ma le fondamenta e tutte
» le pareti, cui si darà una murale grossezza,
» avvinghiati a questa maniera non potranno
» di leggieri viziarsi. » (Traduzione del Vi-
viani) (2).

(1) La figura 2 della stessa tavola indica un'altra maniera di riunire le pietre formando di ogni filare una specie di catena composta da un triplice rango di pietre serrantisi le une nelle altre. Io immaginai questo modo nel 1769 per risolvere un problema proposto da Germano Soufflot, cioè di formare in pietra di taglio un cerchio capace ad essere verticalmente sospeso per un sol punto; o di formare un muro circolare abbastanza forte per resistere alla massima spinta, adoperando la sola pietra. Parlerassi di ciò nel terzo Libro; ed intanto osserveremo, che se si potesse calcolare sulla bontà uniforme della pietra, sulla esattezza della esecuzione, congiunta agli effetti che possono risulterne come quelli del restringimento, e sulla resistenza del suolo, una fabbrica così fatta tornerebbe estremamente solida e vantaggiosa. Ma oltre alla grave spesa che essa richiede-

rebbe, pel movimento inevitabile che sempre succede, quando la massa di un edificio è terminata e prende la sua situazione, la più lieve ineguaglianza nelle resistenze produce spesso che tutto lo sforzo si trasporta sopra taluni punti con un impeto capace a rompere le pietre ed a distruggere lo effetto sperato dalla loro riunione. Altronde nelle costruzioni comuni per ordini di filari di pietre ben livellate la collocazione delle pietre le une sulle altre, il peso l'aderenza loro, prodotta dalla malta convenientemente adoperata, danno alle stesse costruzioni una solidità sufficiente con spesa minore.

(2) Crassitudinem autem muri ita faciendam censeo, uti armati homines, supra obviam venientes, alius alium sine impeditione praeterire possint.

Tum in crassitudine ejus perpetuas taloas oleagineae ustulatas quam crebriter instruantur, uti utraque muri

Giulio Cesare nel settimo Libro de' suoi Commentari sulla guerra Gallica, parla pure di una maniera di costruire i muri con travi, pietre di taglio e terra, che egli spiega in tal modo:

» La costruzione poi di quasi tutte le mura
» de' Galli è sì fatta. Sul suolo stendonsi per lo
» lungo delle travi per tutta l'estensione di esse
» mura coll' eguale intervallo di due piedi tra
» l'una e l'altra: si legano queste insieme al
» di dentro, e s'investono di molta terra. Gl'inter-
» valli poi, che dicemmo, sono al di fuori riem-
» piti di grosse pietre; collocate queste, e in-
» gangherate una coll'altra, si forma sopra un
» altro strato, servando lo stesso intervallo, in
» guisa, che le travi non si combacino tra loro,
» ma, a pari distanza distribuite, poggino ognu-
» na sopra ciascuna pietra messa fra le travi
» dell'ordine inferiore; così tutto il lavoro è
» contestato, finchè si giugne alla giusta altezza
» del muro. Questo alternare di travi, e di pie-
» tre, che in retta linea serbano il loro ordi-
» ne, giova non pure a render l'opera non
» disagiata alla vista per la sua varietà,
» ma ben anche a renderla sommamente accon-
» cia ad una forte difesa delle piazze, però che
» dal fuoco le pietre, dall'ariete le travi la pro-
» teggono; le quali, il più delle volte interna-
» mente commesse per tutta la lunghezza con

» altre travi di quaranta piedi, fanno sì, che
» il muro nè rovinare, nè scommettere si possa.»
(Traduzione dell'Ugoni.) (1)

Quasi tutti gli autori che hanno interpretato questo passo, pretendono che tali travi di 40 piedi formassero la grossezza del muro; ma nulla si trova nel testo che possa giustificare quest'opinione: sembra piuttosto far conoscere che le travi fossero poste secondo la lunghezza del muro, e che quelle messe di traverso, i cui capi uscivano nella faccia esteriore, non avessero già 40 piedi; mentre il testo non dice che tutte le travi avessero tale lunghezza, ma la maggior parte (*plerumque*).

Le figure 6 e 7 della Tavola XI, indicano la maniera secondo la quale, a mio credere, tali muri dovettero costruirsi.

Ogni rango di travi, tanto longitudinale quanto trasversale, formava insieme una specie di grata di una sola grossezza, perchè i pezzi erano incavati a metà legno. Per effetto di tale collocazione di travi la parete interna trovavasi simile all'esterna: ed essendo riempiti di terra ben battuta gli spazi quadrati formati internamente dallo incrocciamento delle travi, i muri di bastioni avuti con questa disposizione dovevano essere di grande solidità, e capaci a resistere agli urti dell'ariete senza disgiungersi (2).

frontes inter se, quomadmodum fibulis, his taleis colligatae aeternam habeant firmitatem.

Namque ei materiae, nec tempestas, nec caries, nec vetustas potest nocere, sed ea in terra obruta et in aqua collocata permanet sine vitio utilis sempiterno.

Itaque non solum in muro, sed etiam in substructionibus, quique parietes murales crassitudine erunt facienti, hac ratione repleti non cito vitiabuntur.

Questo mezzo di collegare i muri con pezzi di legno è stato altre volte usato a Lione. Io mi ricordo d'aver veduto in antiche case che mio padre era incaricato di far demolire, legami nei muri di tramezzo, formati di travi che stabilivano la grossezza del muro, lunghe 12 in 15 piedi; la maggior parte erano di legno di noce ben conservato: mio padre le vendette ai facitori di mobili pel bel colore scuro che avevano acquistato. Sembra che il legno di abete si conservi egualmente nella malta; poichè nella demolizione d'una parte dell'antico convento dei domenicani, ordinata nel Concilio generale di Lione del 1245, si trovò che le tavole di abete formanti i muri di separazione, rivestite di malta in ambe le facce, erano prive di tarlo e ben conservate.

Una costruzione più curiosa in questo genere è quella di un antico giuoco della palla con ornamenti gotici, i muri del quale erano formati da pezzi di quercia legati assieme come le pietre di taglio; essi avevano 9 in 10 pollici di grossezza, sopra piedi 2 1/2 di lunghezza, perfettamente combacianti, e formanti una superficie ben diritta e liscia che aveva l'apparenza di una bella costruzione in pietre di taglio. Tocca agli

amatori ed alla gente d'arte il giudicare se questo genere di rivestimento possa presentare qualche vantaggio.

(1) *Muris autem omnibus Gallicis haec fere forma est: trabes directae perpetuae in longitudinem, paribus intervallis, distantes inter se binos pedes, in solo collocantur: hae revinciuntur intorsus et multo aggere vestiuntur.*

Ea autem, quae diximus, intervalla grandibus in fronte saxis effarciuntur. His collocatis, et coagmentatis, alius insuper ordo adjicitur, ut idem illud intervallum servetur; neque inter se contingant trabes, sed paribus intermissis spatiis, singulae singulis saxis interjectis, arte contineantur. Sic deinceps omne opus contextitur, dum juxta muri altitudo expleatur.

Hoc quum in speciem varietatemque opus deforme non est, alternis trabibus, aut saxis, quae rectis lineis suos ordines servant: tum, ad utilitatem, et defensionem urbium, summam habet opportunitatem, quod et ab incendio lapis, et ab ariete materia defendit; quae perpetuis trabibus pedes quadragenos plerumque intorsus revincta, neque perrumpi neque distrahi potest.

(2) Nella traduzione italiana dei Commentari di Cesare impressa a Venezia nel 1575, le cui figure si attribuiscono a Palladio, questa specie di muro è composta di travi di 40 piedi posti a traverso, cioè formanti la grossezza del muro, appoggiate con un capo sopra una fila di pietre dalla parte esterna e riunite dall'altro in una grata a piombo che forma la faccia interna e che sembra composta di pezzi riuniti a metà legno. Ma conviene osservare che con tale disposizione, indicata nella figura 4, i capi delle grandi travi corrispon-

Indipendentemente dalle diverse forme di preparazione di cui abbiamo parlato, i monumenti antichi offrono ancora altre varietà nell'apparenza esterna della loro costruzione, che si possono considerare come modificazioni degli esempi surriferiti, e le cui forme e proporzioni dipendono piuttosto dai dati della decorazione che dai principi fondamentali dell'Arte di Edificare.

NOTA DEL TRADUTTORE

Le strutture murali composte con pietre naturali ossia di cava diconsi *muri di pietra*. Quando le pietre sono tagliate regolarmente e ridotte ad una data figura rettangolare o cuneiforme secondo le regole della stereotomia, la struttura che esse costituiscono dicesi in *pietra di taglio* in *pietra squadrata* ed ancora in *pietra concia*. Tutte le pre-

parazioni di pietre per muri si riducono al taglio di un numero di parallelepipedi rettangolari eguali o ineguali, o di prismi, secondo le diverse apparenze che si vogliono dare alle costruzioni e i vari sistemi di combinazioni enumerate poc' anzi dall'autore, tranne per gli apparecchi dell'opera poligona; poichè nelle prime è necessario tagliar dalle pietre i pezzi e ridurli alla forma voluta dal sistema adottato e dalle regole stereotomiche, mentre nell'apparecchio poligono debbono solamente correggere le superficie dei pezzi estratti dalla cava, acciò nella struttura ogni pietra si trovi chiusa e combaciata in ogni parte dalle altre che la circondano. Gli apparecchi regolari sono comodissimi per i muri elevati e fanno bellissimo effetto; gl'irregolari, benchè incomodi per l'addattamento delle pietre a molta altezza, hanno il vantaggio di render utili le pietre di qualunque forma e dimensione, di facilitare il taglio e spedire il lavoro, e talvolta di render più solide le costruzioni.

CAPO SECONDO

PRINCIPI DELL' APPARECCHIO PER I MURI, PIEDRITTI E MASSICCI IN PIETRE DI TAGLIO.

Della stabilità.

FATTA astrazione dalla malta o da ogni altra materia atta a legare le pietre di taglio, si possono considerare le costruzioni di questo genere come aggregati di corpi solidi che si sostengono, col resistere per effetto delle forme e della posizione, agli sforzi combinati risultanti dal loro peso.

Il peso è una forza costante colla quale agiscono tutti i corpi solidi quando non sono ritenuti da verun ostacolo. Nei solidi di varie specie, il peso è proporzionato alla quantità di

materia contenuta in un eguale volume, in guisa che quelli che hanno le parti più sottili e più ravvicinate pesano di più: perciò il ferro e la pietra hanno maggior peso del legno.

Della direzione e del peso.

Un solido qualunque, sospeso ad un filo abbastanza forte per sostenerlo, lo stende secondo una direzione verticale o a piombo, cioè perpendicolare all'orizzonte o ad una superficie a livello, Figura 1, Tavola XII.

denti ai luoghi ove i pezzi della grata s'incrociano, possono essere sostenuti solamente da maschi cacciati nelle intaccature fatte nei pezzi di legno già indeboliti dagl'incavi, e che il rimanente della lunghezza delle travi è sostenuto dallo interrimento; altronde questa combinazione non presenta solidità bastante a resistere ai colpi dell'ariete, i quali facilmente avrebbero rotte queste travi non legate in alcuna parte dell'interno, come indica il testo dei Commentari colla voce *introrsus*, che qui non vuol dire la faccia interna, ma il mezzo del muro.

Giusto Lipsio nel suo Trattato sulle macchine da guerra degli Antichi, pubblicata in Anversa nel 1599 sotto il titolo di *Poliocerticon*, dà una figura di questi muri che differisce da quella di Palladio. Egli colloca le travi ad ogni ordine di filari, ma le dispone in modo che

ciascuna corrisponde al mezzo dello spazio di quella dell'ordine superiore o inferiore. Con tale disposizione indicata dalla figura 5 non si trovano strati senza travi come nella figura di Palladio; e ne risulta un tutto alquanto più solido perchè la sola metà delle travi è sostenuta da maschi, nel mentre le altre passando tra' pezzi orizzontali della grata, che forma la faccia interna, poggiano solidamente per tutta la loro grossezza sui pezzi inferiori, e servono anch'essi di appoggi alle parti superiori, in modo che si può fare a meno de' sostegni verticali. Ma nessuna di queste disposizioni dà quella forte unione di travi all'interno che costituiva, secondo il testo, la forza principale di siffatta costruzione che noi abbiamo tentato rappresentare colla disposizione indicata e descritta nelle figure 6 e 7.

Non solo i corpi interi tendono a seguire questa direzione, ma anche ciascuna delle loro parti. Così un corpo pesante sospeso ad un filo, prende rispetto a sè una situazione tale che le parti opposte, relativamente ad una linea che attraversa il corpo secondo il prolungamento del filo, sono egualmente pesanti o agiscono con forze eguali; in guisa che questa linea può essere riguardata come un asse d'equilibrio. Ogni volta che si cambia il punto di sospensione d'un corpo, la direzione del filo prolungata dà un nuovo asse di equilibrio; ma in siffatte svariate positure è notevole, che tutti questi assi passano per uno stesso punto *G* situato al centro della massa del corpo, Figura 2.

Del centro di gravità.

La proprietà di questo punto unico, che chiamasi centro di gravità, è tale che ogniqualvolta un corpo sia sostenuto da una potenza resistente in senso della direzione verticale, cui questo punto tende seguire, e che l'azione si dirigga sullo stesso, il corpo intero trovasi sostenuto: perciò un corpo sospeso a un filo resta immobile quando il centro di gravità è nella direzione del filo medesimo, Figura 3.

Un corpo pesante potrebbe anche sostenersi sopra una punta o sopra un solo punto della sua superficie purchè questa punta o questo punto fossero precisamente nella linea o direzione verticale che passa pel centro di gravità; ma questo stato che da per sè si ottiene nei corpi sospesi, difficilmente si ha e sovente si rende impraticabile nei corpi posati sopra una punta o sopra un solo punto della lor superficie, figura 4; perchè nessuna cosa tien fermo il corpo quando si cerca tal punto, mentre il filo attaccato a quello non mai lo abbandona. Altronde lo stato d'equilibrio che un nulla può distruggere, non è quello che conviene alle parti degli edifici; giacchè a questi necessariamente bisogna un grado di stabilità od una forza sovrabbondante atta a resistere agli sforzi che possono sostenere.

Se si pone un corpo irregolare, figure 5 e 6, sopra un piano a livello, e che poggia sopra una delle sue superficie *d*, *e*, disposta in modo che la perpendicolare *a*, *b*, abbassata dal centro di gravità non esca dalla sua base, questo corpo rimarrà sul piano con un grado di stabilità espresso dalla differenza delle parti *e*, *d*, *h*, ed *e*, *h*, *k*: ma siccome *c*, *a*, *b*, è un asse d'equilibrio, la parte compresa fra *c*, *b*, *d*, sarà esattamente eguale a *c*, *b*, *k*, e la differenza che esprime il grado di stabilità sarà *c*, *b*, *e*, *h*. Se

l'estremità *e* della superficie del corpo si trovasse precisamente nel punto ove cade la perpendicolare abbassata dal centro di gravità, questo corpo si sosterebbe in equilibrio poggiando sopra una linea nella direzione di questo punto; allora il minimo sforzo lo farebbe capovolgere girando intorno al punto *c*. Finalmente se la verticale *a*, *b* abbassata dal centro di gravità cadesse fuori dell'estremità *e* della base, figura 6, il solido non potrebbe rimanere in questa positura.

Risulta da tutto ciò che abbiamo detto, che un solido di qualunque figura, ha tutta la stabilità di cui è suscettibile quando nessuna delle verticali abbassate dai punti del suo contorno cada fuori della base.

Così i prismi, i parallelepipedi o cilindri colle facce perpendicolari alle basi, rappresentati dalle figure 8, 9, 10, 11, 12 e 13, posti sopra un piano orizzontale, hanno tutta la stabilità che può derivare dalla loro forma.

Essendo il centro di gravità di questi solidi situato sull'asse corrispondente al centro della base, ne risulta una resistenza eguale in tutti i sensi: ma conviene osservare che la stabilità dei prismi di egual base diminuisce in ragione della loro altezza; così i parallelepipedi indicati dalle figure 23, 24, 25 e 26, le cui altezze sono come 1, 2, 4 ed 8, hanno una stabilità come 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ed $\frac{1}{8}$ del loro peso, supponendo questi solidi esattamente regolari e posati ben a piombo sopra un piano perfettamente retto e livellato; ma siccome è impossibile giungere a tale perfezione, la diminuzione della stabilità segue una progressione molto più rapida; in guisa che un prisma che avesse più di quaranta volte la sua base non potrebbe più sostenersi.

La stabilità dei solidi di egual base diminuisce in ragione dell'altezza del loro centro di gravità; e perchè nei prismi, nei parallelepipedi e nei cilindri il centro di gravità è situato sull'asse alla metà dell'altezza, nel mentre nelle piramidi e nei coni lo è ad un quarto della stessa, ne avviene che la stabilità di una piramide sta a quella di un prisma di egual base e di eguale altezza, come 2 ad 1, cioè che è doppia.

La resistenza dei solidi della stessa forma e di eguale altezza è in ragione del diametro della loro base e non in quella della superficie. Così la stabilità dei parallelepipedi rappresentati dalle figure 19, 20, 21 e 22, le cui basi sono come 1, 2, 4, 8, e come $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{8}$.

Quanto si è fin qui detto sulla stabilità basta per ispiegare gli effetti risultanti dalla forma e

dalla disposizione delle pietre di taglio impiegate nella costruzione degli edifici. Ritorniamo su tale argomento nel Libro IX allorchè si tratterà la valutazione dello sforzo e della resistenza di esse.

Positura e forma da darsi alle pietre di taglio pei muri e piedritti.

Poichè tutte le parti dei corpi solidi e pesanti tendono a discendere secondo una direzione verticale od a piombo, è evidente che essi possono essere interamente sostenute solo sopra un piano orizzontale o a livello. Così la forma più convenevole alle pietre di taglio per muri o piedritti, deve esser quella di un prisma o parallelepipedo a piombo, cioè di un solido situato sopra un piano orizzontale e terminato da superficie verticali. Poste queste pietre le une sopra le altre in commessura ed in filari a livello, tutto lo sforzo del peso cadrà sulla loro base e tenderà a consolidarle, in guisa che la pressione di ciascuna pietra sull'altra ne aumenterà la stabilità. Se queste costruzioni sono ben fatte avranno quasi tanta solidità come se fossero di un sol pezzo.

Siccome l'effetto del peso unisce le pietre le une colle altre, è evidente che quanto più sono grandi, tanto maggiore stabilità avranno, e più solida sarà la loro unione; ma è necessario che i loro letti sieno bene appianati e pareggiati, acciò esse egualmente poggino dappertutto; poichè più sono grandi, più sono soggette a rompersi quando si trovano dei punti senza alcun contatto. Lo sforzo che produce la rottura fa nascere in tutta la costruzione un dissesto, che la rende viziosa: certi punti sopportano un peso considerabile sotto il quale si infrangono mentre altri non si toccano in alcun modo. La solidità e la perfezione delle costruzioni in pietra di taglio, che non debbono affatto dipendere dalla malta, dal cemento o da altri mezzi di unirle, consistono nell'essere le pietre posate immediatamente le une sulle altre come facevano gli antichi, e nel toccarsi per tutta l'estensione della superficie dei loro letti e delle loro commessure.

Alla precisione colla quale furono eseguite le costruzioni in pietre poligone, deve attribuirsi la loro perfetta conservazione. Queste pietre sono così bene unite e serrate le une nelle altre, che la loro stabilità è spesso maggiore di quella delle pietre squadrate. Infatti se si considera nella figura 9 della Tavola X la pietra irregolare a, b, c, d , posata sopra un piano a livello e, f , è evidente che non potrà sostener-

si sul punto e che poggia sul piano; ma se invece si mette sui piani inclinati in senso contrario, bc, cd , essa avrà maggiore stabilità di quella che avrebbe se fosse terminata da una superficie piana, e, f , e posata sopra una superficie a livello, perciocchè a disassarla, conservandole la forma angolare b, c, d , converrebbe farla risalire pei piani inclinati bc, cd , o farla girare attorno i punti b, c, d , il che esigerebbe una forza assai maggiore di quella necessaria a smovere una pietra di superficie piana e, f , sopra un piano a livello, o farla girare sui punti e ed f .

Convien anche osservare che nelle costruzioni in pietre squadrate, le commessure a piombo non contribuiscono affatto alla loro stabilità, mentre quelle delle costruzioni in pietre poligone essendo inclinate ed in senso opposto, servono ad aumentarla pel modo col quale le pietre sono rinserrate reciprocamente. Noi faremo osservare ancora, quando si parlerà delle grandi strade (1), che questa disposizione era più utile pei pavimenti di quella degli ordini paralleli e a commessure ad angolo retto, perchè gli angoli ottusi sono più solidi dei retti.

Nondimeno checchè ne sia delle proprietà dell'apparecchio poligono, si può sperar vantaggio solo nelle costruzioni nelle quali gli antichi lo adoperavano, cioè per quelle masse che non debbono sostener peso, e che debbono resistere lateralmente, come sono le dighe, le mura di città o di bastioni. Altronde, come di sopra si è detto, questa disposizione potrebbe convenire a certe specie di pietre; e da quanto si è ragionato in questo Libro puossi giudicare che l'Arte di Edificare possiede altri mezzi onde dare tutta la possibile solidità alle costruzioni nelle quali gli antichi usavano l'apparecchio poligono.

Delle dimensioni delle pietre.

Si osserva in molte costruzioni antiche e moderne, che le pietre troppo sottili, cioè di una spessezza troppo picciola in proporzione della loro lunghezza, si rompono sotto il peso. Questi accidenti succedono quando le pietre non poggiano egualmente per tutta la superficie dei loro letti, o perchè tali superficie non furono esattamente spianate e pareggiate o per l'effetto di qualche abbassamento ineguale che ha spostate le pietre inferiori. Più le pietre sono grosse relativamente alla lunghezza, più sono forti per

(1) Libro IV, Sezione I. Cap. I.

resistere a tale effetto, che sovente è difficilissimo prevedere ed impedire.

Per le opere che debbono sostenere un gran peso, come sono i muri e i punti d'appoggio, le pietre cubiche sono le più forti, ma esse hanno minore stabilità e non si uniscono abbastanza. Quelle la cui lunghezza è molto maggiore dell'altezza, sono dotate di maggiore stabilità e si legano bene, ma hanno minor forza da resistere al carico. Secondo le sperienze per noi fatte sopra quasi tutte le specie di pietre, la lunghezza di quelle di mediocre durezza e consistenza può essere determinata a due o tre volte l'altezza o la spessezza, e la larghezza ad una volta e mezzo o a due volte questa stessa spessezza.

Quando si hanno pietre dure di una grande solidità, e che abbiano più di un piede di grossezza dopo essere tagliate, si possono far lunghe cinque o sei volte la loro altezza, e larghe due o tre; le dimensioni maggiori sono più dispendiose ed inutili. La figura 1 della tavola XIII indica la forma delle pietre cubiche; quella rappresentata dalla figura 2 è lunga e larga una volta e mezzo la sua altezza. La lunghezza della figura 3 è doppia della sua altezza, ed è larga una volta e mezzo: queste sono le dimensioni che convengono alle pietre che non hanno molta durezza. La figura 4 è lunga tre volte l'altezza e larga due volte: queste sono le proporzioni che confanno alle pietre mediocremente dure. La figura 5, che è lunga 4 volte la sua altezza e larga due volte, indica le proporzioni convenevoli alle pietre dure.

Nelle costruzioni antiche si trovano molti esempi di pietre quasi cubiche, come negli avanzi della carcere Tullia presso il Campidoglio a Roma, e nell'arco di Giano presso il Colosseo; alcune hanno quasi due metri per ogni lato.

Gli antichi si sono serviti anche di enormi pietre per formare soffitti ed architravi di un so-

lo pezzo, e se ne trovano nelle ruine di vetusti edifici nell'Alto Egitto che hanno fino a 9 in 10 metri in quadrato con una spessezza considerevole.

Io ho misurato uno degli architravi adoperati nel gran tempio di Selinunte in Sicilia, e l'ho trovato di 20 piedi e 2 pollici di lunghezza sopra 6 piedi ed 8 pollici di altezza, e 4 piedi $\frac{1}{2}$ di larghezza, cioè lungo metri 6 $\frac{1}{2}$, alto 2, e largo 1 $\frac{1}{2}$; il suo peso deve essere più di 90 mille libbre; ed esso è rappresentato dalla figura 12, sebbene la prospettiva non si presta a far giudicare della sua lunghezza.

Nuovo metodo per l'apparecchio dei massicci e rivestimenti in pietre di taglio.

Quando si dovranno costruire considerevoli massicci in pietre di taglio se si potran disporre in modo che col loro apparecchio formino una sola massa, indipendentemente da ogni altra maniera di riunirle, come sono la malta, i perni di ferro ed i ramponi di bronzo di cui gli antichi facevano gradissimo uso.

Il metodo che io propongo, e che è indicato dalla figura 1 della Tavola XIV, consiste nel dare una leggiera inclinazione verso il centro ai letti dei filari di cui sono fatti tali massicci. Da tale disposizione risulta che la stabilità si trova aumentata dall'azione combinata del peso, una parte del quale è deviata dalla sua direzione naturale per effetto dei piani inclinati, onde portarsi al centro in tutti i sensi. Nondimeno per non derogare al principio generale dell'apparecchio, che prescrive i letti e le commessure sempre perpendicolari alle superficie esterne, converrebbe dare alquanto inclinazione a tali superficie; questa modificazione aumenterebbe ancor più la stabilità di queste costruzioni dando loro maggiore base (1). Tale disposizione sarebbe specialmente d'un grandissimo vantaggio pei

(1) Questo metodo, che può sembrare sovverchio per infinite congiunture è atto a ricevere un'utile applicazione nella costruzione dei fari ed altre opere marittime esposte alla incredibile violenza delle tempeste. Il faro di Edistone (Tavola XIV, figure 7, 8, 9, 10, ecc.) del quale abbiamo parlato nel primo Libro circa i graniti ond'è rivestito, fornisce un esempio assai notevole ad appoggio di quest'asserzione. Il rapporto di tutti i lavori della sua costruzione forma un'opera magnifica pubblicata dall'Autore Smcaton, tradotta in Francese da Pictet di Ginevra, e l'estratto di essa trovasi in parte nella seconda Raccolta di Memorie pubblicate da Le Sage nel 1808.

La roccia d'Edistone è la sommità dirupata di una montagna di granito nascosta sotto le acque dell'Ocea-

no; la sua superficie inclinata s'innalza così poco sopra il livello di esse che due volte per giorno scompare sotto la marea. Altre punte meno elevate, che si scoprono solamente nella bassa marea, la circondano formando scogli che ne rendono l'approdo difficile e periglioso; ma altre congiunture contribuiscono pure a respingere il più ardito navigante. La roccia è tagliata a picco per l'altezza di 85 piedi in tutta la sua circonferenza; il mare non è mai tranquillo in quei paraggi, e le onde battono contro questa specie di muro con una violenza da far balzar l'acqua per trenta o per quaranta piedi. Per dare un'idea degli ostacoli che si opponevano all'impresa di Smcaton, basterà dire che nei mesi più placidi dell'anno, nei periodi più importanti del lavoro, nei quali i ma-

rivestimenti che in generale tendono a staccarsi dalle strutture alle quali sono applicati, perchè la differenza della costruzione li rende capaci di un abbassamento ineguale. I muri dei terrapieni e dei bastioni destinati inoltre a sostenere la spinta delle terre, dovrebbero esser costruiti a preferenza in questa maniera. A masse eguali, la loro resistenza, diverrebbe più grande per la tendenza al centro risultante da questa disposizione di pietre.

Si è immaginato il pendio per rinforzare i muri e procurare maggiore solidità a certe opere come sono le sostruzioni ed i muri delle bastite. Ma facendo i letti dei filari a livello, non ne risulta tutto il vantaggio che questo pendio potrebbe procurare se i letti fossero perpendicolari alle superficie dei filari; poichè gli angoli alternativamente acuti ed ottusi che i letti orizzontali formano colla superficie inclinata del muro non sono privi d'inconvenienti.

Nei muri dei terrapieni, questi angoli disuguali divengono viziosi perchè l'effetto della spinta delle terre, che tende a rovesciarli, si porta sugli angoli acuti che sono i più deboli e perciò soggetti a spezzarsi. L'assetto ineguale produce spesso un effetto nei muri inclinati che non debbono sostenere alcuna spinta: quindi conviene evitare il più che si può di fare disuguali gli angoli dei letti delle pietre. Le figure 2 e 3 della tavola XIV possono supplire ad ulteriori spiegazioni.

Invece di pendio talora si forma internamente od esternamente ai muri certe parti sporgenti, alle quali si dà il nome di barbacani, speroni o pilastri di rinforzo affin di procurare maggior forza o resistenza contro gli sforzi che quelli possono sopportare, come sono la spinta delle terre o delle volte.

Si mettono i contrafforti a certe distanze gli uni dagli altri e si dà loro maggiore o minore sporto; ma qualunque ne sia la disposizione, è essenziale che sieno ben legati al muro a cui devono servire di appoggio; che sieno costruiti nello stesso tempo e sugli stessi fondamenti acciò non possano staccarsene e trascinar seco loro il muro invece di sostenerlo, il che potrebbe avvenire dei contrafforti applicati dopo, ed eretti su fondamenti diversi da quelli del muro.

Non conviene inoltre che il genere di costruzione adottato per i contrafforti sia suscettibile di abbassamento maggiore del muro; così i contrafforti di mattoni applicati ad un muro in pietra non valerebbero nulla in confronto dei contrafforti di pietra contro un muro in mattoni; perchè vi è minor pericolo quando il muro trascina i contrafforti, che quando i contrafforti trascinano il muro. Il meglio è di costruirli in pietra di taglio come le parti dei muri ai quali si attaccano. Qualunque sia però il genere di struttura impiegata a costruire i contrafforti, l'inclinazione data ai suoi filari, diretta perpendicolarmente a quella del pendio non può

3 rinari e gli operai erano ansiosi d'approdare pel potente impulso di una mercede ad un tanto per ogni ora, 3 Smeaton e tutta la sua ciurma sono stati talora dieci, 3 dodici, quattordici, ed una volta perfino diciotto giorni all'ancora innanzi a questo formidabile scoglio, 3 benchè il mare non fosse per altro molto agitato. 3

Già due fari erano stati costruiti sopra questo scoglio, il primo, compiuto nel 1698, del tutto scomparve dopo la furiosa tempesta del 26 novembre 1703; ed il secondo in legno sopra un massiccio di fabbrica, fu divorato da un incendio dopo aver resistito per mezzo secolo.

Smeaton, chiamato dalla sua fama a ristabilire un'opera divenuta ormai indispensabile, propose di ricostruirla in pietra e persistette nel suo progetto malgrado le difficoltà che doveva presentare l'esecuzione. Sembra che la lettura delle opere di Bélidor gli abbiano suggerito l'idea di unire solidamente la base della torre del faro allo scoglio col mezzo di tacche a coda di rondine, come si è praticato pel pavimento della grande chiesa di Cherburgo. Questo stesso mezzo d'unione combinato ad un sistema d'apparecchio, egli impiegò per formare un solo pezzo delle pietre che componevano ciascun filare, il cui volume, avuto riguardo alle difficoltà del trasporto e della posatura non poteva eccedere 10 piedi cubici pel granito ed 11 per la pietra. Per collegare fra loro i filari adoperò cubi di marmo incassati per metà fra gli stessi, ed assicurò pure la solidità di tutta la massa col mezzo di molti ramponi di ferro biombati.

L'autore aveva anche pensato di formare ciascun filare alla foggia delle articolazioni dei basalti, facendole alternativamente con una superficie concava ed una convessa che si combaciassero; ma preferì il metodo per noi indicato.

Rendendo tutta la giustizia ai talenti superiori spiegati da quest'ingegnere in una impresa così difficile, non è però fuori di proposito osservare che non si può avere molta fiducia nella solidità di queste molte unioni. Infatti si dura fatica a concepire che le pietre tagliate, le quali formano il nocciuolo della torre, abbiano potuto resistere senza rompersi al solo movimento impresso alla massa dalla violenza dei flutti durante la tempesta. Noi ignoriamo lo stato attuale di quest'opera importante, ma saremmo sorpresi nel vedere che queste parti troppo fragili non si fossero rotte, il che senza nuocere alla solidità del tutto provverebbe almeno l'insufficienza di questo metodo.

Del resto non si vede perchè l'imitazione delle articolazioni basaltiche nella forma dei filari, che ha qualche rapporto coll'apparecchio qui proposto per i massicci, siasi giudicata meno praticabile, specialmente se si considera che la perfezione del taglio era portata a tal punto che ciascun filare sperimentato dapprima sulla spiaggia poteva in seguito essere collocato alla stessa maniera colla differenza di circa $\frac{1}{10}$ di pollice.

manicare di cospirare potentemente al loro effetto.

In quanto alla forma ed alle dimensioni che convengono al pendio ed ai contrafforti dei mu-

ri sostenenti uno sforzo laterale, come la spinta delle terre o delle volte, si parlerà nel nono Libro.

CAPO TERZO

DEL COLLOCAMENTO DELLE PIETRE DI TAGLIO.

Perfezione del collocamento presso gli Antichi.

È una verità generalmente conosciuta in oggi dietro l'osservazione di un gran numero di edifici, che gli antichi costruttori posavano le pietre senza malta, o quella che adoperavano era così fluida e sottile da servire soltanto a riempire le ineguaglianze dei letti senza impedire che le parti fra tali ineguaglianze posassero immediatamente le une sulle altre. Facendo spostare alcune pietre di taglio nelle ruine di edifici antichi di Roma e di Sicilia io ho trovato che le incavature degli scalpelli nei letti erano piene di una specie di malta finissima, fatta colla polvere della stessa pietra. Ma forse questo è il risultamento dello strofinamento a cui assoggettavansi le pietre onde meglio si unissero, appiannando le parti troppo sporgenti che impedivano il perfetto combaciamento.

Il metodo di collocare le pietre le une sulle altre senza malta è buono per le costruzioni in pietre grandissime che hanno per se stesse una stabilità capace di procurare una sufficiente forza d'unione; ma nelle opere in pietre di taglio di picciola o di mediocre dimensione, la malta ben adoperata può essere utilissima per aumentare la loro unione e la loro aderenza, e dare una più grande stabilità. In questi casi gli antichi, ordinariamente, invece di malta, hanno fatt'uso di perni o ramponi di bronzo o di ferro impiombati, come si vede nelle figure 4 e 5 della Tavola XIV. Pockocke dice d'aver trovato nelle ruine d'Eliopoli in Egitto, gli avanzi di un muro di 3 piedi ed 8 pollici di spessore le pietre del quale erano riunite da ramponi di ferro. Talvolta si servivano di chiavi di legno durissimo e tenace, tagliate a coda di rondine, indicate nella figura 6: B fa vedere l'incavo che si faceva nelle pietre onde collo-

carle. Io ho trovato nelle ruine d'antichi edifici di Roma, presso l'antica via Appia, pietre con simili intaccature.

Il Venuti parlando degli avanzi del Foro di Nerva, (monumento più conosciuto sotto il nome di tempio di Marte Vendicatore), e specialmente dell'arco chiamato di Pantani, dice: il muro formante il recinto esteriore è osservabile tanto per la sua altezza quanto perchè è composto di massi di pietre d'Albano, posate senza malta con bozzi rustici; ed esso è ancora degno di fissar l'attenzione perchè segue l'andamento dell'antica via. Quest'autore aggiunge che un architetto chiamato Flaminio Vacca dovendo fare nel monastero dell'Annunciata certe costruzioni toccanti questo recinto, nel demolire una parte del muro antico, trovò pietre di taglio riunite con chiavi a coda di rondine di un legno durissimo, e così ben conservate che le si sarebbero potute porre di nuovo in opera. Si fecero veder queste chiavi a diversi operai ma non poterono indicare la specie di legno donde erano state ricavate.

Vizio delle costruzioni moderne in pietre di taglio.

Il vizio della maggior parte delle costruzioni moderne in pietre di taglio non avviene già dall'essere posate colla malta, ma dalla poca cura che si ha nel taglio e sopra tutto nel collocamento delle pietre. Noi diciamo la maggior parte, perchè si può citarne di eseguite benissimo, e spoglie di tutti quei difetti de' quali ora parleremo.

Si è già detto che i costruttori antichi avevano cura particolare di ben appiannare i letti

e le commessure delle pietre, acciò queste potessero congiungersi in tutti i punti delle loro superficie e formare masse così solide e stabili come se fossero state di un sol pezzo ed incapaci di abbassamento veruno, o di veruna irregolare pressione.

Per giugnere a questo essenziale grado di perfezione, che si ammira in tutti i monumenti antichi, e allontanare tutti i motivi e le difficoltà che avrebbero potuto nuocere all'esattezza del collocamento, essi formavano le masse più grandi di quelle che l'edificio finito doveva avere, per non essere impediti da parti apparenti già fatte o sbazzate.

Sembra che gli antichi edifici dell'Egitto siano stati condotti a termine in tal modo nelle masse preparate per tutte le forme; alcune parti rimaste in massa; l'irregolarità e la mancanza di simmetria nei rapporti delle dimensioni lo confermano bastantemente. Di maniera che la costruzione non era, come nelle moderne, assoggettata alle forme apparenti, ma queste ultime sono state determinate dalle masse già costrutte.

Nella maggior parte delle costruzioni moderne le superficie apparenti preparate sul cantiere disgraziatamente diriggoni i tagliatori o i metitori delle pietre. Purchè l'opera presenti all'esterno le forme e la regolarità che deve avere, poco si dan pensiero della solidità che per altro dovrebbe essere la parte essenziale. Questa negligenza è fondata nell'abuso inconcepibile di misurare le opere dei tagliapietre sulle superficie apparenti, comprendendo nel prezzo che loro si accorda, quello dei letti e delle commessure senza misurarle, donde risulta un prezzo insufficiente per farle bene. I vecchi periti e verificatori, che si attengono a tutti gli abusi che si pretendono usi e costumi, si rifiutano a tutte le ragioni in contrario. Così per

una parte si fanno un dovere di contare il vuoto come pieno, e di approvare nel conto degli'intraprenditori opere e forniture che non esistono, e dall'altra rifiutano ciò che è legittimamente dovuto. Si entrerà perciò in maggiore particolarità nell'ultima parte di quest'opera.

Da una maniera così cattiva di valutare i lavori in pietra di taglio risulta, che i letti e le commessure sono trascuratissime e mal fatte, storte e sminuite in modo che il solo spigolo anteriore è quello che porta il peso. I letti invece di essere paralleli sono più vicini all'esterno che allo interno; per posare queste pietre le si sostengono sopra cunei e biette affin di soddisfare alle superficie apparenti. Così sostenute queste pietre da cunei o biette di legno più o meno grosse in ragione dei difetti della pietra, s'introduce nelle commessure verticali dell'acqua di calce, e nei letti una malta chiara con uno stromento chiamato *fiche*, rappresentato dalla figura 7 della Tavola XV, fornito di denti rilevati che spingono la malta, la quale non si lascia uscire quando si ritira tale stromento, impedendola colla cazzuola comune; e si ha cura nel fare questa operazione, di non spostare la pietra dai suoi cunei e biette. Per ben cacciare la malta sotto la pietra conviene che le commessure dei letti sieno almeno larghe 7 od 8 linee, cioè 22 in 25 millimetri; ma siccome commessure tanto grandi presenterebbero all'esterno un effetto spiacevole, si serba lungo le facce esterne una striscia larga 4 o 5 pollici, (centimetri 11 a 13 $\frac{1}{2}$) che è appianata, e lungo la quale la grossezza della commessura si trova ridotta ad una linea e mezzo circa (3 millimetri). Il dippiù dei letti grossolanamente si sminuisce in modo che le commessure dello interno sono 4 o 6 volte più larghe di quelle dello esterno (1).

Si regola la grossezza delle commessure ester-

(1) Non si può vedere senza grande maraviglia, che l'Architetto Patti in una sua opera intitolata = *Memorie sugli oggetti più importanti dell'Architettura* = pubblicata nel 1796, citi senza criticare e proponga ad esempio questa maniera di tagliare e porre in opera le pietre, adoperata allora nelle grandi costruzioni che si facevano a Parigi, e specialmente in quelle della nuova chiesa di santa Genoveffa. Ecco come si esprime:

» L'operajo tagliando la sua pietra secondo le dimensioni segnate dal preparatore lascia non solo qualche tacca sulla faccia esteriore, (altrimenti detta fronte di pietra, e volgarmente paramento), ma ha cura inoltre di praticare sopra i margini di ciascuna faccia quattro o cinque pollici di cordone indicato con p, p, p, (fig. 6, 7 ed 8 della Tav. XIII), e di fare sul rimanente della superficie un piccolo incavo distinto con

» r, r, r, di tre o quattro linee, destinato a ricevere la malta di calce: ha pure l'attenzione di tagliare un altro cordone, segnato d, d, fig. 6, tre o quattro pollici largo, sopra il lembo interno della commessura verticale del frontale, o di lasciar rozzo il rimanente. Di più gli è raccomandato di tener l'angolo della sua pietra, che deve formare la giuntura verticale, piuttosto magro che grasso, onde toglierne sul luogo una o due linee.

» Una pietra così preparata, è in caso di esser posta nel suo filare. A questo effetto gli operai cominciano dal mettere delle biette di quercia C (fig. 6, Tav. XV) circa due linee grosse sul cordone delle pietre del filare inferiore che la deve ricevere; fanno corrispondere queste biette ai diversi angoli della pietra in quistione, evitando nondimeno di collocar-

ne mettendo ai margini dei letti non incavati o sminuiti, certi regoli di legno di quercia i quali sono di una stessa spessezza quando le pietre sono ben stazate esternamente, cioè quando non sono più alte da una parte che dall'altra, e più o meno grosse se la pietra non è di eguale altezza. Da questa strana maniera di posare le pietre, usata a Parigi e adottata in molti altri luoghi, risulta che la malta diminuendo di grossezza per l'evaporazione dell'umido sovrabbondante che contiene, tutto lo sforzo si riduce sopra le biette di legno, le quali non essendo suscettibili di un abbassamento così grande come quello della malta, rimandano questo sforzo alle parti delle pietre fra le quali sono poste e le fanno screpolare. Quest'effetto inevitabile proviene dall'essere tutto il peso sostenuto da punti che sono il decimo della superficie dei letti, mentre dovrebbe essere ripartito egualmente in ogni punto di essi.

Quando il peso è considerabile, le pietre non solo screpolano ma si rompono e s'infrangono; allora le commessure del mezzo, che sono più grosse di quelle delle pareti, provando un maggiore assettamento, tutto il peso si porta ai lembi, che si rompono, si staccano dalla massa e formano buchi considerevoli, disunioni, la-

» le troppo presso agli spigoli perché non li facciano rompere all'atto dell'assetamento; quindi gli operai » alzano tal pietra sul filare inferiore e la collocano a » contatto e ben a livello coll'aiuto delle tacche: dopo averla accostata a quella che le è vicina affluendo i loro angoli si tocchino, compiono la commessura verticale sul luogo, e per renderla impercettibile, fanno uso di una sega a mano, di acqua e gres.

» Fatto ciò gli operai introducono della stoppa o fiaccie fra il margine della commessura del letto, e della faccia esteriore e le fanno entrare di forza; e per ritenere la malta che deve essere colata fra queste pietre, versano per le commessure superiori dello stesso acqua con calce sciolta onde bene imbeverle e impedire che troppo presto assorbano l'acqua della malta, il che nuocerebbe alla sua azione sulle pietre, nei pori delle quali essa deve incorporarsi a poco a poco. Infine colano la malta tanto dalle commessure verticali come per le orizzontali interne, e perché lo spazio fra ciascuna commessura orizzontale sia empito lo quanto lo può essere ed egualmente, si servono a tale effetto di una specie di seghetta (Fig. 7, Tav. XV), curvata verso il manico, la quale ha dei denti tagliati in modo da far avanzare la malta e stenderla in pari tempo, senza però trarla seco nel tirarla fuori.

» Dopocì si leva la stoppa dalle commessure quando si crede che la malta abbia acquistata consistenza e non si teme più che possa scorrer fuori.

Da questo modo di operare con tutte le precauzioni indicate risulta che le commessure del mezzo, essendo quattro o cinque volte più larghe di quelle dei margini, sono suscettibili di un assettamento maggiore, e sotto l'agguaglio al peso il quale cade tutto non sull'intera

ceramenti e profonde crepature che penetrano fino al centro della costruzione: ciò disgraziatamente avvenne nei piloni che sostengono la cupola della chiesa di santa Genoveffa, le pietre dei quali sono state tagliate e posate nel modo per noi spiegato (1). Le figure 5 e 6 della Tavola XV fanno vedere tutti i vizi e gli accidenti che risultano da questo modo di operare.

Questo assurdo metodo che riunisce tutti i difetti possibili è stato immaginato da cattivi operai o da avidi intraprenditori che solo cercano di aumentare i loro guadagni a spese della solidità delle costruzioni. È un raffinamento che tende a fare le più cattive costruzioni possibili, facilitando i mezzi d'impiegare le pietre malamente squadrate e con letti e commessure storte e appena abbozzate. Le biette più o meno grosse bastano per palliare tutti questi difetti ed offrire esternamente l'apparenza di una costruzione solida e ben fatta, mentre non equivale ad una buona costruzione in pietra. Nondimeno siccome la pietra dura di Parigi ha una consistenza ed una solidità superiore a quella che necessita per le costruzioni ordinarie, tali difetti divengono pericolosi nei punti d'appoggio destinati a sostenere un peso straordinario (2).

Gli effetti che si osservano nelle catene delle

superficie dei lembi, ma soltanto su quella corrispondente alle biette, come abbiamo già osservato.

(1) Debbo qui dichiarare che per nulla ho contribuito a tali viziose costruzioni, già fatte molto tempo prima che io fossi incaricato di dirigere i lavori di questo edificio. In tutte le parti confidate specialmente alle mie cure a rispetto della sorveglianza e della direzione, ad evitare questi difetti e gli accidenti che ne risultano, ho fatto posare le pietre sulla malta di calce e batterle colla mazzeranga per farle poggiare egualmente dappertutto senza sminuire né incavare i letti, come appunto si vede nella figura 4 della Tavola XV.

(2) Non si osserva alcun accidente pericoloso in quelle parti del muro esteriore della chiesa di santa Genoveffa, le quali nondimeno sono state costruite nella stessa maniera dei piloni fino all'altezza dell'astragalo delle colonne del portico, perché la superficie delle biette, indipendentemente dal riempimento delle giunture esterne, è più che bastante per sostenere il peso vi corrisponde. Ma nel luogo delle torri, che avevano una doppia altezza, e nelle parti che avvicinano la cupola, sulle quali si è riportata una parte del peso di essa, sono avvenute fenditure proporzionate al peso sostenute dalle biette. Questi effetti non possono più aver conseguenze dietro i riempimenti fatti in buone costruzioni di pietre di taglio messe in opera senza biette.

Si sono empiute di latte di calce le sole giunture verticali; e quando è stato assolutamente necessario servirsi di biette per mettere in regola la grossezza delle commessure esterne si sono adoperate quelle di piombo, le quali, nel cedere sotto il peso, hanno la proprietà di trasmettere alle circostanti superficie lo sforzo che le comprime. In tal modo si è costruito il tamburo della cupola dal vertice dei pennacchi, (*vendentifs*) che si è conservato intatto malgrado l'ineguale assettamento dei piloni.

cuse di Parigi provengono dalle stesse cagioni. La loro media superficie aggravata è circa 5 piedi o un mezzo metro. Il peso che questa sostiene in una casa di quattro piani può essere valutato 150 migliaia di libbre; in guisa che ad ogni piede superficiale corrisponderebbe un peso di 30 migliaia, se esso fosse egualmente distribuito per tutta la superficie aggravata. Dalle sperienze riferite nelle tavole del primo Libro, Sezione Seconda, risulta che un cubo di 4 pollici di superficie di base si schiaccia sotto un peso di 7 migliaia. Prendendone le metà, si avranno 126 migliaia pel peso che può sostenere senza rompersi un piede superficiale, e 630 migliaia per quello che potrebbe reggere la superficie totale della catena, cioè un carico 4 volte e un quinto più grande; ma la maniera di posare con biette ed assottigliamenti diminuisce molto questa forza. Quantunque in questo caso un tal modo sia meno vizioso per l'estensione delle facce esteriori che quasi formano il circuito, figura 3, Tavola XV, e che costringono a tagliare le superficie dei letti con maggior cura, non deve sorprendere il vederne alcuni che stritolansi e non sono a piombo in tutta la loro altezza, a cagione dell'assetramento disuguale che necessariamente risulta da questa maniera di posare, del pari che nelle costruzioni in pietrame alle quali si uniscono, quando non si ha la precauzione di prolungare la coda delle pietre maestre circa un piede o mezzo oltre la grossezza del muro di facciata.

Nella Tavola XIII si è rappresentato il modo d'incavare i letti e le commesure delle pietre sotto il male inteso pretesto di farvi entrare una maggior quantità di malta.

La figura 6 indica tale operazione per le pietre a due paramenti, formanti la grossezza del muro.

La figura 7 presenta una pietra a quattro frontali destinata a fare un piedritto o punto d'appoggio a base quadrata o rettangolare, coi filari formati da una sola pietra.

La figura 8 indica lo stesso processo applicato ai cilindri delle colonne.

Convien osservare che le pietre quadrate a due o tre frontali si possono ingessare per le commesure del fianco; ma per quelle a quattro paramenti e pei cilindri delle colonne, è indispensabile praticare un foro nel mezzo del letto per introdurre nella commesura di quello inferiore o malta fluidissima o gesso.

Maniera di collocare le pietre di taglio per formare solide costruzioni.

Quando si tratterà di muri o piedritti formati di pietre di taglio disposte per ordini di filari orizzontali, prima di procedere al collocamento delle pietre converrà esaminare se le commesure e specialmente i letti siano bene appianati. Si conoscerà se una pietra è storta applicandovi sopra un regolo ben retto da un angolo all'altro della superficie di una delle sue facce o letti, cioè da 2 a 4, Figura 1, Tavola XV, e da 1 in 3. Se il regolo poggia per tutta la sua estensione senza lasciar fessura è una prova che la pietra è bene appianata e diritta. Se all'incontro, posando il regolo da 1 in 3, si trova che la superficie è incavata, cioè che il regolo lascia una fessura nel mezzo in *c*, mentre posandolo nell'altro senso, da 2 a 4, sembra rotonda in guisa che il punto *c* sia troppo elevato rapporto ai punti 2 e 4, è una prova che la pietra è storta e che non potrà poggiare se non sopra tre de' suoi angoli, quando la superficie sia quadrata o rettangolare. Questo effetto succede benchè le linee 1 2, 2 3, 3 4, e 4 1 sieno rette, e che il regolo tocchi dappertutto quando si poggia da 5 in 6 e da 7 in 8 nel mezzo, e parallelamente ai lati; il che avviene dall'essere le linee opposte 2 3, 1 4 in un piano geometrico diverso da quello delle linee 1 2, 3 4; in modo che se si osserva questa superficie, mettendo l'occhio a livello di una di queste linee come 2 3, l'altra opposta sembrerà incrociare la prima ed avere una delle sue estremità più alta, e l'altra più bassa.

Il tagliapietre per evitare questo difetto comincia dal mettere a filo uno dei margini della pietra ove vuol fare il letto, come *m n*, figura 2, sul quale poggia un regolo, e con un altro messo sul lembo della faccia opposta in *c d*, traccia una linea dopo avere accomodato questo regolo in modo che il suo spigolo superiore sembri concordare in tutta la sua lunghezza con quello del primo regolo, senza però incrociarsi, sbieciandoli dal punto *g*, cioè guardandoli con un occhio solo da questo punto, ad una certa distanza dal regolo *c d*. Dopo aver posto a filo questo secondo lato, traccia le due altre linee *c m*, *d n*, e termina il letto o il paramento scalpellando la pietra a regolo da un lato all'altro.

Quando i letti delle pietre sono ben fatti, posti gli uni sopra gli altri, combaciano esattamente per tutta la loro estensione, salvo le picciole ineguaglianze dei colpi di martello a pun-

la, se non sono state levate con uno stromento a taglio retto.

V'ha tutta la ragione di credere che gli antichi costruttori per correggere queste picciole ineguaglianze e gli altri difetti di esecuzione appianassero i letti delle pietre strolinandole una sull'altra con acqua e sabbione, od altra polvere analoga alla natura del gres.

Per fare costruzioni solide e durature conviene non solo che i letti e le commessure sieno ben diritti e piani, ma è anche necessario che sieno a squadra, cioè che formino angoli retti coi frontali, acciò le pietre possano trovarsi a piombo quando son poste a livello sui loro letti. Ma siccome è quasi impossibile che posando le pietre immediatamente le une sulle altre senza biette, le facce esterne si trovino sempre ben fatte abbastanza per formare una superficie come deve essere, così è indispensabile digrossare i paramenti lasciandovi la pietra bastante onde finire di tagliarli in opera.

Preparate le pietre di taglio nel modo che abbiamo spiegato, ecco come si dovrà procedere nel collocarle: si comincerà dallo spianare bene a livello il letto o la superficie su cui esse devono posarsi: quindi si metteranno in *prova*, cioè a *posticcio* nel sito a loro assegnato onde osservare colla squadra, col piombo ed il livello, se in questa giacitura la faccia esterna, le commessure e i letti sono disposti come debbono essere, e se il di più lasciato per radere la parte esteriore sul luogo è sufficiente. Nel caso in cui si trovasse troppo debole, converrà avanzare la pietra e tracciarvi sopra una linea che indichi tale avanzamento.

Si toglierà questa pietra, e dopo aver ben nettato ed irrorato il di sotto di essa ed il letto, si stenderà uno strato di malta liquida fatta con sabbia finissima; quindi si sovrapporrà la pietra nella situazione già sperimentata, e si batterà con un mazzapicchio di legno o ceppo mediocrementemente grosso onde assettare la pietra e far uscire la malta superflua. È necessario che nella sabbia non si trovi veruna pietruzza o ghiaia che possa impedire l'unione delle pietre, perchè il più piccolo ciottolo resistente sarebbe capace di far screpolare le pietre e di produrre gli stessi effetti delle biette delle quali abbiamo manifestati gli inconvenienti; perciò bisogna preferire la sabbia dolce ed argillosa a quella di fiume, ma si può anche far uso di polvere di pietra tenera passata per lo staccio.

Se trattasi di costruzioni nell'acqua o destinate a contenerne, si farà uso di pozzolana, di tegole peste o d'altre materie di questo ge-

nere delle quali si è parlato nel Capo III, Sezione Prima del Primo Libro.

Questa maniera di posare le pietre deve specialmente impiegarsi in lavori di tale specie, perchè nei letti e nelle commessure non lascia verun vòlo onde vi possa penetrar l'acqua.

Per facilitare il collocamento delle pietre sulla malta, dopo che questa è stata distesa sulla pietra, si posson mettere delle biette di legno ai quattro angoli per rovesciarvi sopra la pietra; le quali poscia si levano, quando essa è nel suo esatto punto, per lasciarla sulla malta e batterla onde poggi egualmente da per tutto, come si è spiegato di sopra.

Quando gli operai si saranno abituati a questo metodo, vedranno come è più spedito e meno complicato di quello di posare sulle biette ed introdurre la malta, il quale dovrebbe essere bandito da ogni pubblica costruzione.

Tale maniera di edificare in pietra di taglio riunisce tutti i vantaggi di quella degli antichi, e dei moderni; non soggiace a verun assettamento perchè battendo le pietre rimane quella malta necessaria ad empier le ineguaglianze dei letti, e per tutto il resto esse poggiano immediatamente le une sulle altre. Nondimeno la poca malta che rimane basta per unirle insieme con una forza che è più del doppio del loro peso, come ho sperimentato facendo in questo modo combaciare due pietre lunghe metri $1\frac{3}{4}$ (piedi 4, pollici 8) sopra un metro di larghezza (piedi 3 e un pollice), ed un mezzo metro, (pollici $18\frac{1}{2}$) di altezza. Questa aderenza della malta aumenta assai la stabilità delle pietre, indipendentemente dalla loro forma e dal loro peso; in guisa che una costruzione in pietre di mediocre grandezza diviene solida al pari di quella nella quale gli antichi impiegavano enormi pietre posate senza malta.

Vi sono stati buoni costruttori che invece d'incavare i letti delle pietre han per l'opposto formato lungo le facce esteriori certe ugnature larghe 3 o 4 pollici sopra una linea circa d'inclinazione esterna, come si vedono rappresentate dalle figure 9 e 10 della Tavola XIII; ma questo verso diviene inutile se non si fa uso di biette e se i letti sono bene spianati, e pareggiati.

Le figure 11, 12, 13 e 14 rappresentano pietre di antichi tempi di Sicilia colle facce spianate e scarpellate. Le incavature a ferro di cavallo vi sono state fatte per le corde che servivano ad elevarle e metterle a sito.

Il forame quadrato che vedesi al centro del tronco di colonna indicato dalla figura 13, sem-

bra essere stato fatto per piantarvi un cubo di legno ed un asse di ferro onde rotolarlo, o un dado di pietra per riunire i cilindri delle colonne.

Affin di far conoscere quante precauzioni prendessero gli antichi costruttori per congiungere la solidità alla purezza dell'esecuzione, si è rappresentato nella Tavola XVI il basamento di un tempio dell'antica città di Segesto in Sicilia, che non sembra essere stato compiuto. La figura 3, esattamente rilevata e misurata sui luoghi, presenta tre ordini di gradini di varia altezza e formanti insieme l'elevazione del piano del tempio, ed un quarto che serve di zoccolo alle colonne. Ogni gradino è composto di pietre d'una stessa grandezza, regolarmente accoppiate, in modo che se ne trovano due sotto ogni colonna e due negl' intervalli. Ogni pietra ha nel mezzo della faccia esteriore certe bozze che sembrano aver servito ad elevarle e metterle immediatamente a sito senza che le corde fossero state di ostacolo. Queste bozze hanno 10 pollici di larghezza (27 centimetri), sopra 9 pollici di altezza, (centimetri 24), e pollici $2\frac{1}{2}$ a $3\frac{1}{2}$, od 1 decimetro di rilievo.

Sul lembo inferiore della faccia di tali pietre si è fatta un'incavatura di 8 in 9 linee (centimetri 2), ed alta pollici $1\frac{1}{2}$ (centimetri 4) per indicare il vero piano del paramento; e per preservare gli angoli da ogni smusso si è prolungato l'incavo fino allo spigolo verticale, riservando all'angolo una massa di circa 2 pollici, o 5 centimetri.

Nell'angolo rientrante di questi gradini, lungo la faccia esteriore del gradino superiore si è praticato un canale o incavo orizzontale profondo 9 linee (centimetri 2), sopra 3 pollici di larghezza (centimetri 8), il cui fondo serve a determinare il di sopra del gradino inferiore, ed il margine rialzato fissa il davanti del gradino superiore.

Questa disposizione fa vedere che prima di posare i gradini superiori spianavano il di sopra di quello che era a sito, e segnavano di quanto doveva elevarsi quello che lo seguiva; e per fissarlo in modo invariabile facevan risalire nella massa l'origine del gradino superiore. Da questo processo risultano due altri vantaggi; il primo che la commessura inferiore si trova elevata in modo che l'acqua non vi si può introdurre, e forma una specie di scolo; l'altro che lo spigolo rientrante era indicato in un modo più netto e sicuro, essendo molto più facile lo incavare l'angolo in questa maniera che nel tempo del pulimento.

Nella parte superiore delle pietre formanti zoccolo al dritto delle colonne, si osservano eguali incavature fatte per erigerle e per determinare il piano della loro circonferenza alla base, come pure il di sopra e il davanti delle parti apparenti dello zoccolo. Questi incavi formano ai quattro angoli altrettanti triangoli a base circolare.

Sembra da qualche avanzo del tempio di Giunone Lucina a Girgenti che vi si sia adoperato lo stesso processo.

N O T A

*Sulle cause dei guasti avvenuti nei piloni di Santa Genoveffa
e sui mezzi impiegati a ristaurarli.*

L'INTERNO della chiesa di Santa Genoveffa nel 1794 fu interamente sgombrato dai palchi serviti alla sua costruzione. Nell'anno seguente Soufflot nipote ed io fummo incaricati di questo monumento sotto la direzione della Commissione dei lavori pubblici; poco dopo, chiamato io stesso alle funzioni di commissario (1), Soufflot nipote rimase solo alla testa di ogni lavoro, e fece sopprimere nei grandi pennacchi della cupola le masse di pietra dura che vi si erano lasciate pei quadri e pei bassi rilievi. In questo lavoro furono impiegati moltissimi tagliapietre difficilissimi a reggere in quell'epoca. Essi operando con grandi colpi di mazza e senza circospezione, produssero una scossa generale che mise in moto tutta la massa superiore e raddoppiò l'effetto del peso, già troppo considerevole, per piloni così mal costrutti all'interno. La parte di mezzo si sottrasse, per così dire, al peso sprofondandosi, e tutto lo sforzo si portò sulle pareti esterne e sulle colonne infisse negli angoli, le cui commessure erano fortemente legate. Di là vennero gli screpolamenti e le rotture che si manifestarono in quasi tutte le facce; e tali effetti furono denunciati a Benesechi allora ministro dell'interno.

Nel febbraio del 1796 egli incaricò il Consiglio dei Fabbricati civili, del quale io faceva parte, di trasferirsi sul luogo per esaminare lo stato di questi piloni e fargliene tosto relazione. Venne lo stesso ministro, e fu atterrito dai guasti che avevano provato. Si convenne di stabilire senza ritardo centinature di puntello nelle quattro arcate, e per accelerare tale operazione il ministro ci autorizzò ad impiegare le travi delle armature della chiesa della Maddalena. Si era per cominciare quando l'appaltatore di quell'edificio, che aveva interesse a disconvenire sulla cattiva costruzione dell'interno dei piloni, chiese che prima di mettere le armature si facessero visitare di nuovo i piloni dagli Ispettori generali degli Argini e Ponti.

Questi signori uniti ai membri del Consiglio dei Fabbricati civili fecero insieme una tale vi-

sita, che produsse da parte degli Ispettori generali un esteso rapporto nel quale dichiararono di essere dello stesso parere dei membri del Consiglio dei Fabbricati civili sulle principali cause de' guasti ne' piloni; ma che non potevano credere che da per ogni dove si fosse stata trascurata la costruzione interna, come sembrava indicarlo la pietra allora staccata da una faccia di questi piloni. Dietro tale idea essi non riputarono che lo stato de' piloni fosse così pericoloso da stabilire le centinature per me proposte.

In quell'epoca io pubblicai la mia Memoria Storica sulla cupola di Santa Genoveffa (allora Panteon Francese) onde offrire una giusta idea dello stato di questo edificio, che sembrava non essere conosciuto dalla maggior parte di coloro che proponevano i mezzi di ristaurarlo.

Dopo molte discussioni e dibattimenti fra gli Ispettori generali e gli Architetti si stabilì di strappar nuove pietre da uno dei piloni per assicurarsi del vero stato della costruzione interna. Fu scelto il primo pilone a destra entrando, il quale era il meno danneggiato, e dopo avere svelte le pietre a diverse altezze si riconobbero gli stessi vizj di costruzione del secondo pilone, dalla cui faccia sinistra si era tolta la prima pietra: cioè che le pietre delle facce esteriori erano diminuite a cuneo di grossa punta, e che le commessure de' letti, che non avevano più di due linee di grossezza sulle facce apparenti, ne contavano 24 o 30 nell'interno con iscabrosità e riempimenti di pietrami informi mal conficcati e privi di malta. Questo stato che io non conosceva, e che sorprese me al pari degli Ispettori, fu provato da' disegni (Tavola XVII) uniti al processo verbale fatto sul luogo e firmato dagli Architetti e dagli Ingegneri. Questi vizj di costruzione erano la conseguenza inevitabile de' lavori a prezzo fermo, posti in uso gran tempo prima che io fossi impiegato alle opere di questo edificio. Germano Soufflot era stato ingannato, come me, dall'aspetto accurato che offrivano le parti esterne.

Malgrado le prove di questo stato ben provato, che distruggeva tutte le obbiezioni degli Ispettori generali, costoro persistettero nella propria opinione. Si nominarono due matema-

(1) Fino dal 1770 io era addetto a questo monumento in qualità d'ispettore e specialmente incaricato da Germano Soufflot dello studio delle costruzioni.

tici per ponderare ed esaminare le ragioni allegate da una parte e dall'altra, ma non vollero pronunciare, e fu deciso che gl'ispettori generali, gli architetti ed i matematici separatamente facessero il loro rapporto al ministro dell'interno che allora era Francesco di Neuchâteau. Questo ministro nominò un'altra commissione che avendo esaminato lo stato de' piloni fu atterrita dal progresso de' guasti, per cui essa con lettera a lui diretta li 11 terribile anno VI, agosto 1798, sollecitò la costruzione delle centinature per me proposte e dippiù l'erezione di quattro muri angolari onde unire i piloni della cupola agli ancoli rientranti de' muri esterni; dimandò inoltre che M. Gauthier ispettore generale de' ponti ed argini, ed io stesso le fossimo aggiunti, come pure Patte che prima di tutti aveva scritto sull'insufficienza de' piloni. Da questa riunione risultarono nuovi dibattimenti e nuove incertezze che fecero sospendere l'esecuzione dei lavori fino al termine dell'anno VII (1799). Finalmente la relazione di una commissione di membri dell'Istituto propose di continuare le opere di centinatura.

L'oggetto di queste centinature era non solo quello d'impedire i deterioramenti progressivi, ma di sostenere una parte del carico dei piloni durante il tempo de' loro restauri.

Una centinatura comune composta di legnami isolati per tutta la loro lunghezza sarebbe stata insufficiente per una massa così grande, valutata circa 20 milioni di libbre. E dopo aver meditato gran tempo su ciò, mi decisi a formare le armature e i piedritti con pezzi di legname combaciati e fortemente riuniti da ascialoni e cavicchie di ferro, come se ne possono vedere i particolari nel Quinto Libro, Sezione terza, Capo II di quest'opera.

Un decreto del 20 febbraio 1806 avendo restituito quest'edificio al culto si prepararono somme pel restauro dei piloni della cupola e per terminare la chiesa *conformemente all'intenzione del suo fondatore, sotto il nome di Santa Genoveffa protettrice di Parigi*.

Io fui incaricato dal ministro dell'interno di questa difficile operazione, a cui mi era già preparato da gran tempo, tanto per la continua ispezione dello stato dei piloni, o degli effetti che ne risultavano su tutte le parti che vi si riunivano, come dall'esame ponderato delle memorie scritte e pubblicate a tale effetto e delle discussioni avvenute fra i membri delle varie commissioni nominate dal ministero dell'interno, e delle quali ho sempre fatto parte. Io pensai che per giugnere a procurare

a questa parte dell'edificio tutta la solidità che esigeva un monumento di tal genere, conveniva conoscere bene le cause vere de' guasti affine di distruggerle.

Tutte le commissioni incaricate di esaminare lo stato dei piloni concordavano nello attribuire i deterioramenti a tre cause principali: 1. all'attenuazione ed alla poca cura nel taglio dei letti delle pietre con tutti i vizj che vi si attingono; 2. agli appoggi in falso prodotti dal retrocedimento del muro che forma il cilindro della cupola, per decorare l'interno con colonne invece di pilastri; 3. all'eccedente numero degli operai impiegati a pareggiare la cupola, che scuotendo la massa superiore avevano aumentato considerabilmente l'effetto del peso da cui erano aggravati i piloni.

Per riuscire nei restauri di questi piloni era necessario evitare nelle nuove costruzioni tutti i difetti e gli inconvenienti delle antiche, e tentar in uno di consolidarli, o scegliere per le nuove la pietra di migliore qualità e la più propria a resistere al peso. Dopo molte esperienze fatte sulle varie specie di pietre de' contorni di Parigi, ho preferito quella che si chiama Roccia dura di Châtillon. Per evitare i funesti effetti dello sminuimento dei letti, ebbi cura di farli appianare, unitamente alle commesure come le facce esteriori; e per prevenire ogni specie di assettamento, feci posar le pietre una sull'altra senza biette. Invece di malta comune si è adoperato il cemento di tegole passate per uno staccio fatto espressamente e munito di una tela metallica finissima. Ogni pietra era battuta sul suo letto in guisa che nelle commesure restava uno strato sottile, egualmente compresso, onde evitare la reazione sotto il carico, di due corpi duri posati uno sull'altro.

Collocato ciascun filare con tutte le precauzioni indicate, si appianava il letto superiore onde togliere le leggiere differenze che potevano esistere nell'altezza delle pietre, le quali erano riunite da ramponi di ferro colorati ad oglio e murati in cemento grasso e tegole per farle serrare e solidamente fissarle. Quelle che uniscono le antiche costruzioni sono state legate fra loro con ramponi ad ulivella, in due pezzi formati un Y, e con armature messe di tre in tre filari.

Quando si pervenne al filare sotto l'architrave, che doveva riparare ai sostegni in falso sulle facce esteriori de' piloni fra le colonne, invece di tagliarlo di eguale grossezza facendo i letti paralleli, si ebbe la precauzione di dare alla parte inferiore dell'architrave stesso,

ed alla superiore delle pietre che vi dovevano combaciare, una lieve inclinazione in ragione di una linea per un piede della loro larghezza; in seguito con seghe a gres fatte espressamente si tagliava la commessura del letto che doveva unirsi a quello della massa superiore. Si aveva cura di cacciar dentro le pietre conforme al segamento, e quando erano 6 pollici circa distanti dal fondo si forzavano ad entrare col soccorso di vari martinetti a tal uopo disposti; e col mezzo di alcuni fori di trapani ed imboccature le unioni eran prima riempite di cemento liquido, il cui eccesso rifluiva, quando le pietre erano a posto.

La più difficile operazione e che esigeva maggiori cure consisteva nel togliere le parti infrante, la quale doveva farsi senza percosse, onde non scuotere la massa superiore. Se ne venne a capo mediante tagli di sega a gres inclinati ed a piombo che facilitavano l'estrazione delle pietre difettose senza servirsi di martello; dopo ciò la massa era sostenuta in tutti i sensi in modo da non impedire i lavori di ristaurò.

Coi trapani si giunse a fare dei fori di 2 pollici di diametro tanto per riempire in cemento e gesso i vuoti e le commessure interne delle pietre che erano state mal murate, quanto pel passaggio delle grandi armature che attraversavano la massa de' piloni per legare le nuove costrutture colle vecchie. L'azione dei trapani e delle seghe a gres era diretta da un meccanismo che variava secondo i siti ed i casi, onde operare con più cautela ed esattezza.

Per ottenere la maggiore perfezione possibile in tutti i lavori, io poi aveva posto in ordine officine cogli operai più accorti e più intelligenti in ciascuna parte, condotti da un ispettore e da capi abili, ai quali aveva spiegato i motivi di ogni operazione, e la necessità di tutte le cautele da prendersi per ben adempiere al loro oggetto. Io stesso mi sono interamente occupato della direzione di questi lavori; e indipendentemente da tutte le particolarità figurate e notate per l'esecuzione, sorvegliai assiduamente tutte le opere, ed ho avuto la compiacenza di vedere che sovente si superavano le precauzioni per me indicate; e dopo la smontatura delle centine, e malgrado l'esperimento dei pareggiamenti che imprimendo un moto nella massa, tendevano a farne

scoprire le minime imperfezioni e i punti deboli, nessun accidente si è manifestato nei lavori di riparazione che adesso contano più di 17 anni (1).

NOTA DEL TRADUTTORE

Se le pietre per le costruzioni fossero tagliate con tutta la diligenza, onde ottenere superficie bene appianate ed angoli esatti, il collocamento di esse in opera sarebbe cosa di pochissima importanza perocchè consisterebbe nel disporre i pezzi secondo l'apparenza ideata dal costruttore. Ma siccome o per l'avidità degli operai o degli imprenditori o per la negligenza di chi dirige le fabbriche, le pietre non sono quasi mai esattamente apparecchiate, così tutte le precauzioni e tutto lo studio del collocamento debbono impiegarsi in questo caso, onde almeno supplire coll'arte agli originali difetti delle pietre ed ottenere, per quant'è possibile, buone costruzioni. Quando le pietre sono esattamente preparate, le costruzioni possono essere solidissime anche senza cementi, perni o ramponi metallici, purchè la disposizione dei pezzi sia tale da collegarli insieme in modo che una pietra non possa togliersi senza che tutta la costruzione o crolli o si scometta; ma tuttavia l'uso de' perni e de' ramponi metallici sarà sempre prudentissimo per non affidare la solidità di una struttura al solo peso ed aderenza delle masse. Ma se si debbono porre in opera pietre di imperfetta preparazione è indispensabile l'uso di cementi per ottenere una discreta stabilità, e perciò la principal cura debb'essere di adoperare una malta fina di buona presa, di non lasciare alcun vano fra pietra e pietra, di porre uniforme lo strato della malta nelle commessure orizzontali, onde pure uniformemente si restringa nell'asciugarsi sotto il peso delle pietre. Prima però di procedere alla posatura di una pietra è necessario esplorare coll'archipendolo o colla livelletta a bolla d'aria se il piano superiore del corso o filare sottoposto sia a livello: e nel caso che non lo sia è necessario ridurlo. Si mette quindi in prova la pietra che vi si deve sovrapporre, cioè si colloca a posticcio nel luogo assegnatole, e col piombo, colla squadra e coll'archipendolo si esplora se le sue superficie sono bene spianate e combaciano esattamente colle pietre adiacenti; nè si procederà allo stabile collocamento se tali condizioni non si trovano adempiute. Riconosciuta bene apparecchiata la pietra si leva di posto, si spazzano ac-

(1) Si troveranno i più minuti ragguagli di questa operazione nell'opera intitolata = *Descrizione Storica e Grafica della Nuova Chiesa di Santa Genoveffa*, = i

disegni e la redazione della quale ci occupano già da più anni.

curatamente e si bagnano gli strati, e si stende sull' inferiore, per l' altezza non maggiore di 18 millimetri una malta fatta di calce e polvere finissima di tegole e meglio di marmo. Si ripone la pietra e coi soliti aiuti della squadra e del livello fatta andare a sito si batte con mazzuolo di legno onde tutta la malta superflua sia rigettata

dalle commessure. Così compiuta la costruzione rimane a radere le facce esterne, ed a togliere dalle commessure, per quanto si può, la malta, accuratamente empiendo i tagli con nuova malta, stropicciandola più volte con un liscioio di ferro, finchè abbia acquistato tutta la durezza di cui è capace.

LIBRO TERZO

STEREOTOMIA

SEZIONE PRIMA

CENNO SULLE CURVE CHE POSSONO SERVIRE ALLA SUPERFICIE INTERNA DELLE VOLTE

CAPO PRIMO

DELLE CURVE CHIUSE

LA prima cosa da considerarsi nelle volte è la loro curvatura; di esse la più bella, la più conveniente per la forma ed anche la più facile a disegnare è la circolare; perciò non entriamo in veruna particolarità sopra di essa.

Dell'ellissi.

Se si espone al sole un cerchio di filo di ferro inscritto in un quadrato attraversato da due diametri intrecciandosi al centro ad angoli retti, figura 2, Tavola XIX, e disposto in modo che i raggi di luce sieno perpendicolari al piano formato da questa unione di linee, l'ombra ricevuta sopra un piano parallelo (ad una distanza maggiore di un semidiametro) rappresenterà una figura perfettamente simile ed eguale a quella del cerchio inscritto in un quadrato coi suoi diametri eguali: ma se si fa volgere il cerchio attorno uno dei suoi diametri AB senza cangiare la posizione del piano che riceve l'ombra, si vedrà, 1.^o che il quadrato trasformerassi in un rettangolo, ed il cerchio in una ellissi.

2.^o Che l'ombra del diametro intorno a cui rota il cerchio, la quale non muta grandezza, rappresenta l'asse maggiore dell'ellissi; e che l'altro, il quale diminuisce a misura che gira la macchina, indica l'asse minore.

3.^o Che si trova una positura ove questo asse

minore svanisce, in modo che l'ombra di tutte queste svariate linee forma una linea retta; donde risulta che questa disposizione di linee può co' suoi giri rappresentare tutte le ellissi possibili fra il cerchio e la linea retta.

Se nell'interno del cerchio di filo di ferro s'inscrive un poligono regolare di dieci o dodici lati è evidente che l'ombra dei suoi lati nel cerchio divenuto ellissi formerà un poligono corrispondente, i cui angoli, per essere i raggi della luce paralleli, saranno sempre ad eguale distanza dal diametro perpendicolare all'asse di rotazione; in guisa che se si tirano sul piano che riceve l'ombra (nell'istante in cui la luce è perpendicolare), le parallele *ef*, *ko*, *CD*, *gh*, *im*, che passano per gli angoli di un poligono di dodici lati, si osserverà che quando la macchina rota, gli angoli seguono esattamente le tracce di tali linee.

Per riprodurre queste indicazioni con operazioni grafiche, si descriverà un cerchio sull'asse minore *cd*, e dopo averlo diviso come il cerchio maggiore, si condurranno pei punti di divisione segnati collo stesse lettere, delle parallele all'asse maggiore AB, e l'intersezione delle linee tirate dai punti corrispondenti darà la positura di questi angoli colla stessa esattezza della proiezione delle ombre. Così questa esperienza fornisce un modo di delineare l'ellissi

per più punti, descrivendo un cerchio sopra ciascun asse: si dividerà la loro circonferenza in un numero di parti eguali, e tirando da ciascuna le parallele a questi assi, le loro intersezioni daranno altrettanti punti che apparterranno alla circonferenza dell' ellissi.

Questo metodo procura ancora un modo facile ed esatto d' imitare l' ellissi con archi di cerchio, elevando sul mezzo di ogni lato del poligono inscritto tante perpendicolari che s' incontreranno sul picciolo asse prolungato, per le parti appianate, e sull' asse maggiore per quelle più arcuate.

Se si osserva che l' ellissi è una curva simmetrica divisa dagli assi in quattro parti simili, vedrassi che basta fare l' operazione per una di esse con due quarti di cerchio descritti sui due semiasse, figura 3: così avendo diviso ciascuno di questi quarti di cerchio in tre parti eguali, dai punti di divisione e, f di quello descritto sul semiasse maggiore si condurranno le parallele all' altr' asse Oc ; dai punti di divisione u e v del picciolo quadrante, si meneranno le parallele all' asse maggiore; i punti b e g in cui le parallele corrispondenti s' incontrano indicheranno gli angoli di un dodecagono, del quale Ab, bg, gc saranno i lati per un quarto. Sulla metà di ciascun lato si eleveranno perpendicolari indefinite; quella elevata su gc incontrerà l' asse minore prolungato nel punto 4, che sarà centro dell' arco gc ; condotta $g4$, il punto 5 ove la perpendicolare sopra bg incontrerà questa linea, sarà il centro dell' arco bg . Si condurrà quindi la linea $b5$ che taglierà l' asse maggiore nel punto 1, che sarà il centro dell' arco Ab ; e coi tre centri 4, 5, 1, si descriverà una curva che differirà pochissimo dall' ellissi.

Siccome i tre altri quarti devono esser simili, per avere i loro centri converrà portare $O4$ da O in 3, mO da O in n e tirare due linee indefinite, $3mr$ e $3ns$: su queste linee si porterà $m5$ da m in 8, da n in 7, e da n in 6; e finalmente $A1$ da B in 2. Ciò fatto, dal centro 3 si descriverà l' arco rs , e dopo aver condotte le rette $81q$, $62k$, e $72l$ che riuniscono due centri sopra una stessa linea (acciò secondo il principio generale dell' imitazione delle curve, la tangente al punto di riunione sia comune a due archi di cerchio, e che la loro differenza di curvatura non produca verun gomito od effetto spiacevole), dai centri 1 ed 8 si descriveranno gli archi Aq, qr ; dai centri 6 e 7 gli archi hk ed st , e finalmente dal centro 2, l' arco klt .

È evidente che a misura che aumenterassi il numero delle divisioni di ciascun quarto di cer-

chio si avrà un' imitazione più approssimata.

È utile osservare che sebbene nell' esempio addotto si tratti di un poligono di dodici lati, pure i centri sono otto, perchè i quattro situati sugli assi corrispondono ciascuno a due lati, in guisa che si devono trovar sempre quattro centri meno del numero dei lati.

Questo modo semplicissimo, è infinitamente più perfetto di tutti quelli che si conoscono per imitare l' ellissi e non esige verun calcolo, per cui ci asterremo di metterli a confronto.

Dell' ellissi considerata come risultante dalla sezione obliqua del cilindro.

Sia A, B, C, D , fig. 4, la proiezione di un cilindro del quale il cerchio E, H, G, K , rappresenta la base divisa in venti parti eguali, avendo disposte queste figure in modo che l' asse di proiezione del cilindro esattamente corrisponda al diametro EG del piano della base, affinchè abbassando dai punti di divisione le parallele all' asse dividano esse la metà della superficie curva del cilindro in 10 parti corrispondenti a ciascuna semicirconferenza della sua base, separate dal diametro HK : in guisa che se nel cilindro s' immagina un piano che passa per questo diametro e rappresentato da A, B, C, D , le linee bb, cc, dd, ee, ff , saranno ciascuna tenute come parallele lontane dal piano A, B, C, D , per una distanza perpendicolare 1 b , 2 c , 3 d , 4 e , 5 E o 5 G ; la regolarità del cilindro dà lo stesso per le altre linee $h6, i7, k8$, ed $m9$ come anche per quelle corrispondenti alla circonferenza opposta: ammesso ciò, basta come abbiamo detto, di fare l' operazione per un quarto.

Così, supponendo che la diagonale AD indichi una sezione obliqua all' asse del cilindro, ma perpendicolare al piano A, B, C, D , si disegnerà l' ellissi risultante da questa sezione coll' innalzare dai punti $b', c', d', e', f', h', i', k', m'$, ove le parallele $b'b, c'c$, ecc. incontrano l' obliqua AD , delle perpendicolari indefinite sulle quali si porterà la distanza 1 b della pianta sull' asse AD da b' in 1; 2 c da c' in 2, 3 d da d' in 3; 4 e da e' in 4; 5 G da f' in 5: quindi facendo passare una curva per tutti questi punti si formerà una ellissi perfettamente simile a quella prodotta dall' ombra di un cerchio ricevuta obliquamente sul piano, di cui abbiamo testè parlato.

Comparazione del cerchio coll' ellissi.

Nell' ellissi come nel cerchio le linee che s' incrociano al centro dividono le superficie in parti

eguali: ma nel cerchio tutti i diametri sono eguali e perpendicolari alla curva, mentre nell'ellissi la loro grandezza cangia ad ogni punto della curva. Il più grande di questi diametri è chiamato *asse maggiore*, e il più picciolo, *asse minore*.

Di tutti i diametri i due assi s'incrociano nel centro ad angolo retto.

Il cerchio ha un centro ove si uniscono tutte le perpendicolari alla sua circonferenza.

L'ellissi essendo una curva chiusa e simmetrica, i due assi la dividono in quattro parti simili ed eguali.

L'ellissi, oltre il suo centro, ha due fuochi: questi punti situati sull'asse maggiore, procurano il mezzo di descrivere questa curva e di condurre ad essa le perpendicolari. Si trova il sito dei fuochi di una ellissi, fig. 5, descrivendo dalle due estremità dell'asse minore con raggio eguale ad OB , metà dell'asse maggiore degli archi che tagliano quest'ultimo nei punti F, f .

Una delle proprietà principali dei fuochi consiste in ciò che la somma delle linee tirate da un punto qualunque della curva P a ciascuno di essi è sempre eguale alla lunghezza dell'asse maggiore; in guisa che si ha in tutti i casi $FP + fP = AB$.

In questa proprietà dell'ellissi è fondato il modo di descrivere la figura ovale del giardiniere con un cordone e due palicciuoli. Piantansi questi ultimi nei fuochi ed in essi attaccasi un cordone lungo quanto l'asse maggiore; quindi con una punta od un altro palicciuolo messo nella piegatura del cordone si disegna la curva avendo riguardo di tener sempre il cordone egualmente teso. Con questo semplice mezzo si ottiene una vera ellissi, come si vede nella figura 5.

Ma questa pratica, bastante pei lavori da giardiniere, non offre bastante precisione per costruire i disegni: perciò la maniera di delineare questa curva con più punti è preferibile.

A questo riguardo conviene osservare che a cagione della regolarità e simmetria di questa curva, si debbono trovare quattro punti egualmente situati rapporto al centro: così dopo aver disegnati i due assi e determinati i fuochi F, f , converrà da ciascuno di questi punti e con una stessa apertura di compasso, minore di BF o di Af , e maggiore di AF , o della sua eguale Bf , descrivere quattro sezioni indefinite come Gg, Hh . Si porterà quindi il raggio con cui sono state descritte da A in D ; si prenderà la differenza DB colla quale dagli stessi fuochi F, f s'incrocieranno le prime sezioni: queste

intersezioni indicheranno altrettanti punti dell'ellissi. Per avere altri quattro punti, si ricomincerà con un'apertura più picciola o più grande di quella con cui si sono disegnate le prime sezioni Gg, Hh , come Ff , e dopo aver descritte quattro nuove sezioni Ii, Kk , s'incrocieranno di nuovo le sezioni Ii, Kk con un raggio eguale ad EB per avere quattro nuovi punti, e così di seguito.

Per procedere ordinatamente conviene dividere lo spazio compreso fra questi fuochi in parti eguali, secondo la grandezza dell'ellissi; si descriveranno in seguito le quattro prime sezioni de' fuochi cogli intervalli $A1, A2, A3, A4, A5$, ecc., figura 6, cioè fino al penultimo; le grandezze per le intersezioni saranno successivamente $1B, 2B, 3B$ ecc.

Questo metodo è comodo estremamente e giusto, perchè le operazioni sono immediate, e l'incrocciamento delle sezioni indica la direzione della curva, il che è un vantaggio grandissimo per ben delinearla. Quando le prime divisioni danno sezioni troppo distanti, si suddividono in due o in tre; in generale converrebbe che i punti fossero più ravvicinati in ragione della maggiore convergenza della curva. Così per proporzionare queste divisioni coll'aumento di curvatura che presenta l'ellissi dalle estremità dell'asse minore fino a quelle dell'asse maggiore, converrebbe, invece di dividere la linea retta Ff in parti eguali, dividere la circonferenza di cui essa è diametro, Figura 7, e dirigere con parallele all'asse minore, la proiezione di questi punti su Ff ; con questo processo si troveranno naturalmente allontanati in ragione della maggiore o minor curvatura.

Per la stessa ragione, quando per disegnare l'ellissi si fa uso delle ordinate ai cerchi descritti sull'asse minore o maggiore, conviene meglio dividere la circonferenza di questi cerchi in parti eguali al loro diametro; la vista della sola figura 4 fa comprendere abbastanza la necessità di preferire questa pratica. Tale considerazione merita tanto più di essere valutata in quanto si applica al principio dell'allungamento ed accorciamento di ogni specie di curve, come anche a quello della loro proiezione e sviluppo, che sono le operazioni più essenziali della stereotomia o del taglio delle pietre.

Del compasso ellittico od ovale.

Dietro le proprietà testè riconosciute nei fuochi dell'ellissi, per descrivere si è immaginato uno stromento composto di una specie di

croce, figura 8, munito d'incavature nelle quali si mettono perni o tasselli mobili fatti a coda di rondine, in guisa che possano muoversi senza uscirne; vi si adatta un regolo che entra negli assi di tali perni, o che vi si applica in modo da tenerli da una distanza determinata senza impedirli di strisciare per le incavature.

Da tale disposizione risulta che facendo muovere questo regolo, la punta si avvanza secondo un rapporto che varia in ragione della distanza de perni. Così, facendo questa distanza eguale alla differenza dei due assi di un'ellissi, una punta o una matita posta all'estremità di questo regolo descriverà tal curva: e siccome si può cangiare a piacere tale distanza, si vede che questo stromento è atto a disegnare ogni specie d'ellissi.

Si osserva però che quando trattasi d'una curvatura di una certa grandezza, questi compassi non sono mai benfatti abbastanza per descrivere esattamente questa curva; onde servono solamente per operazioni le quali non esigono una rigorosa precisione.

Delle perpendicolari all'ellissi.

Nel cerchio, ogni perpendicolare prolungata, passa pel centro.

Nell'ellissi, eccetto i quattro punti nelle estremità degli assi che si incrociano nel centro ad angoli retti, tutte le perpendicolari tirate dagli altri punti della curva, incontrano l'asse maggiore in diversi punti della parte compresa tra i fuochi.

Per innalzare una perpendicolare da un punto qualunque della circonferenza di un'ellissi, convien tirare da questo punto P , figura 9, due linee ai fuochi F, f , e divider l'angolo che formano al punto P , in due parti eguali colla linea Pd , che si prolungherà all'esterno in e ; e P sarà la perpendicolare cercata.

È chiaro che prolungando all'esterno le linee tirate dai fuochi al punto p , si ha l'angolo epg eguale ad Fpf ; e così dividendo l'angolo epg in due, si avrà anche una perpendicolare $p m$ alla curva.

Questo metodo è lo stesso qualunque sia la maniera ond'è descritta l'ellissi, cioè con un cordone; con un compasso ellittico, con ordinate o con sezioni; non v'è altra eccezione che per le imitazioni dell'ellissi con Archi di cerchio, nel qual caso le perpendicolari debbono tendere al centro di ciascun arco.

Quanto abbiamo detto su questa curva basta per le operazioni che saran trattate in questo Li-

bro. Solamente ci resta a far conoscere una nuova proprietà dei fuochi per noi scoperta, e che indica l'origine loro; proprietà che non si trova in alcuno autore che ha trattato di questa curva.

I fuochi rappresentano le estremità dell'asse del cilindro o del cono compreso nella sezione obliqua che produce l'ellissi.

Noi abbiamo detto che per trovare i fuochi dell'ellissi il metodo comune, descritto in tutti i trattati di sezioni coniche, consiste nel descrivere con una grandezza eguale alla metà dell'asse maggiore, da una delle estremità C dell'asse minore, Figura 5, due archi che tagliano l'asse maggiore nei punti F ed f , in modo che si ha $FC + Cf = AB$.

Da questa operazione risulta che la distanza OF dal centro dell'ellissi ad uno dei fuochi è media proporzionale fra la somma dei due semiassi e la loro differenza; cioè che si ha la proporzione $CO + CF : OF :: OF : CF - CO$; ora per la proprietà del triangolo rettangolo COF , si ha $CF^2 = CO^2 + OF^2$; donde si trae $CF^2 - CO^2 = OF^2$; ma $CF^2 - CO^2$ è eguale al prodotto di $(CO + CF) \times (CF - CO)$; dunque si ha $CO + CF : OF :: OF : CF - CO$. Ciò posto:

Sia $ABCD$, figura 10, la pianta o la proiezione di un cilindro retto per l'asse, e BC la linea obliqua che indica la sezione producente l'ellissi, e nello stesso tempo il suo asse maggiore. Condotta l'asse EG del cilindro che divide l'asse maggiore BC dell'ellissi in due parti eguali nel punto O ; da questo punto come centro si descriveranno gli archi Gf , EF , che indicheranno sull'asse maggiore BC , il punto dei fuochi.

DIMOSTRAZIONE

Siccome in questa figura, $AB = CD$, rappresenta l'asse minore dell'ellissi, si avrà pel triangolo rettangolo BEO , in cui BO indica la metà dell'asse maggiore, BE la metà del minore ed OF la distanza dal centro dell'ellissi al fuoco, $EO^2 + BE^2 = BO^2$, che dà $EO^2 = BO^2 - BE^2$; e siccome $OF = EO$, si ha $OF^2 = BO^2 - BE^2$. Rappresentando BO e BE i due semiassi dell'ellissi, si avrà, come nel caso precedente, $BO + BE : OF :: OF : BO - BE$; cioè che la distanza OF è media proporzionale fra la somma dei due semiassi e la loro differenza; dunque F è uno dei fuochi.

Se si considera l'ellissi come sezione di un cono retto LKM, figura 11, si troveranno pure i fuochi descrivendo dal punto O, mezzo della retta AB, gli archi RF, e Gf dalle estremità G ed H dell'asse del cono compreso tra le linee AH, IB, condotte dalle estremità dell'asse AB parallele alla base del cono.

DIMOSTRAZIONE

Se dal punto O, mezzo di AB, si conduce una terza parallela PN, essa indicherà il diametro del cerchio corrispondente al centro dell'ellissi, e la cui ordinata OD è eguale alla metà dell'asse minore, ed AO alla metà dell'asse maggiore.

Se dal punto D come centro, con un raggio eguale al semiasse AO, si descrive sopra OP una sezione che taglia PN in C, e si tira CD, si avrà pel triangolo rettangolo COD, la cui ipotenusa è eguale al semiasse maggiore, e il lato DO alla metà del minore, $CD^2 = CO^2 \times DO^2$ e $CO^2 = CD^2 - DO^2$, il che dà $CD + DO : CO :: CO : CD - DO$; ma siccome $CO = GO = FO = OR$, si avrà come più sopra, $CD + DO : FO :: FO : CD - DO$; il che prova che i fuochi dell'ellissi rappresentano l'estremità degli assi della parte di cilindro o di cono in cui è compresa la sezione obliqua che produce l'ellissi.

Delle Curve ovali o a mezza botte.

I costruttori impiegano d'ordinario per la curvatura delle volte acute o schiacciate un sistema d'archi di cerchio che differisce dall'ellissi, e da loro indicato col nome di *ovale* o *a mezza botte*: i falegnami, i tagliapietre, i fabbri ferrai, ne fanno uso anch'essi per propri lavori.

Il metodo per disegnare queste curve è fondato in due condizioni generali: la prima è che per formare con archi di cerchio una curva chiusa, conviene che la somma di questi archi sia di 360 gradi; la seconda che i centri degli archi che si uniscono sieno sempre in una stessa linea, come abbiamo già osservato.

Le ovali di cui abbiamo parlato sono più spesso a quattro centri; e determinata la lunghezza dell'asse maggiore, quella del minore dipende dal rapporto degli archi che si riuniscono.

Col metodo indicato nella figura 1, Tavola XX, si divide l'asse maggiore in tre parti

eguali nei punti P e Q, dai quali come centro, e con una di queste parti come raggio si descrivono due circonferenze di cerchio che si tagliano nei punti O ed N. Questi punti coi due altri P e Q sono i centri per descrivere l'ovale, tirando prima le linee 1PN, OP3, OQ4 ed NQ2 per indicare i punti di riunione degli archi. Siccome gli archi 1A3, 2B4, che debbono formare le curvature all'estremità dell'asse maggiore, fanno parte delle prime circonferenze descritte, così, onde terminar l'ovale, rimane a descrivere dai punti N ed O gli archi 1C2, 3D4 che, a causa dei triangoli equilateri POQ, PNQ, ciascuno sarà di 60 gradi, e gli archi 1A3, 2B4, ciascuno di 120, il che dà 360 gradi per la somma dei quattro archi: quindi le due condizioni generali per formare un ovale sono adempiute.

Nella figura 2, l'asse maggiore è diviso in quattro parti eguali nei punti L, O, M; da questi punti come centri e col raggio eguale ad una di queste parti si descriveranno tre circonferenze di cerchio. Quella del mezzo, che passa per i centri delle altre due, si troverà divisa in quattro parti eguali ai punti H, L, M, K che saranno i quattro centri dell'ovale. Condotte le linee HL3, HM4, KL1, KM2 per indicare le congiunzioni degli archi, si descriveranno quelli indicati da 1D2, 3C4, i quali colle parti dei cerchi già descritti dai punti L ed M, formeranno l'ovale. Gli angoli formati dalle linee 1L3, 2M4, 1K2, 3H4, essendo tutti retti, ciascuno degli archi corrispondenti sarà di 90 gradi, e la somma dei quattro, di 360.

Il metodo indicato dalla figura 3 consiste nel fare due quadrati, uno presso l'altro sopra una stessa linea. Colla metà di ogni diagonale si formi un altro quadrato, e gli angoli E, F, G, H sono i centri per descrivere l'ovale; cioè G per l'arco 3A1, H per l'arco 2B4, F per l'arco 1C2, ed E per 3D4. Ciascuno di questi archi essendo di 90 gradi, i quattro ne danno 360 come nella figura precedente. È utile osservare che nell'ultimo metodo non è fissato nessuno degli assi e di più che ciascuno di essi può servire per un caso solo, cioè per uno stesso rapporto fra i due assi.

Si vede dalla figura 1 che più sono grandi gli archi delle estremità, rapporto a quelli del mezzo, più è aperta l'ovale. Siccome la curvatura delle volte influisce molto sulla loro solidità, io ho cercato nelle curve geometriche quelle che possono servire di limiti alla maggiore o minor curvatura che si può dare ad esse.

Riguardo alle curve che possono essere inscritte in un rettangolo io ho trovato che la ci-

cicloide è quella che presenta la maggior curvatura, e quella che ne ha meno è la cassinoide, chiamata anche ovale di Cassini o ellissi cassiniana; in guisa che l'ellissi delle sezioni coniche sta frammezzo a quelle due curve. Benchè noi abbiamo riconosciuto, come si vedrà qui presso, che l'ellissi è quella che più conviene in tutti i casi, non lasceremo di dare un'idea delle altre due curve ed il mezzo di avvicinarvisi con imitazioni per usarne nelle congiunture in cui potrebbero essere utili.

Della cicloide.

La cicloide è una curva moderna la cui invenzione è attribuita al padre Mersenne. L'idea di questa curva gli venne nel 1615, considerando in una contrada di Nivers un notevole chiodo in una ruota di un cocchio. Immaginò egli che questo chiodo pel moto progressivo e circolare della ruota doveva descrivere una curva particolare, della quale studiò la natura. Roberval l'aiutò a risolvere le principali difficoltà di questo problema; e trovò che lo spazio della cicloide sta a quello del cerchio generatore come 3 ad 1. Descartes risolvette il problema delle tangenti, ed il famoso Wren, architetto di S. Paolo di Londra, si occupò della rettificazione di questa curva che dimostrò essere il quadruplo del suo asse; e specialmente su questa proprietà Huygens fondò la dimostrazione dell'isocronismo nella cicloide.

Si sa che il rapporto del diametro alla circonferenza è presso a poco come 7 a 22. Questo rapporto trovato da Archimede è abbastanza esatto per le operazioni comuni della stereotomia. Ciò posto, se il diametro AB, figura 4, è dato, si dividerà in ventidue parti eguali, e sette se ne porteranno sull'asse da C in D; si descriverà su CD una circonferenza di cerchio della quale ciascuna metà si dividerà in 11 parti, che per ciò saranno eguali a quelle del diametro CD. Da ciascun punto di questa divisione si condurranno delle parallele indefinite ad AB; quindi si prenderanno dieci parti sopra AB, che si porteranno dal punto 10 della circonferenza del piccolo cerchio in *a*, poscia nove parti che si porteranno da 9 in *b*; otto parti che si porteranno da 8 in *c*; sette parti che si porteranno da 7 in *d*, e così di seguito. Segnati in questo modo i punti *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *k*, si disegnerà colla mano o con un regolo piegato una curva che sarà una metà di cicloide: è chiaro che si avrà l'altra parte operando in modo analogo. Conviene osservare che la cicloide può ser-

vire per un caso solo cioè quando l'altezza della volta è circa $\frac{7}{22}$ del diametro.

Essendo delineata questa curva, per impiegarla ad uso di volta bisogna indicare il modo di condurre le perpendicolari ad essa, onde formare i tagli o le commessure dei peduoci; e vi si giungerà col mezzo delle tangenti. Sia dunque *g* un punto qualunque sul quale si deve segnare un taglio: si condurranno da esso e dall'estremità D dell'asse le linee *gm*, DG, parallele ad AB, la prima delle quali taglierà il cerchio generatore nel punto 4. Sopra *gm* si prenderà la lunghezza *gn* eguale a 4 11 che si porterà da D in G; pei punti G e *g* si condurrà una linea indefinita che sarà tangente al punto *g*; e la perpendicolare *gO* sarà nello stesso tempo un segno del taglio ed una perpendicolare alla curva.

Della cassinoide.

La cassinoide differisce dall'ellissi delle sezioni coniche perchè ha i suoi fuochi più vicini al centro, il che rende la curva più aperta alle estremità dell'asse maggiore; donde risulta che racchiude uno spazio maggiore dell'ellissi.

Si sa che una delle principali proprietà dell'ellissi è che la somma delle linee tirate dai fuochi ad uno stesso punto della circonferenza è sempre eguale all'asse maggiore.

Nella cassinoide, figura 5, il prodotto di queste due linee, l'*g* e *gf*, è pure eguale prodotto di AF $\times$ FB, o di Bf $\times$ fA.

Questa curva non può servire come l'ellissi ad ogni specie di volta. La minore altezza CD è eguale a $\sqrt{\frac{BC^2}{3}}$, cioè a $\frac{2}{7}$ circa dell'asse maggiore AB. Quando quest'altezza è minore, la curva invece di formare un'ellissi fa al disotto una inflessione PEO che non può in verun modo convenire alla curvatura di una volta.

Per trovare la minore altezza di curvatura della cassinoide, si porterà il terzo di AC da C in 4; e sopra A4 come diametro si descriverà una semicirconferenza di cerchio che taglierà in D la perpendicolare elevata sul mezzo di AB; CD sarà l'altezza cercata.

Per trovare i due fuochi in questo caso, si porterà l'altezza CD da C in F, e da C in *f* sul diametro od asse maggiore AB.

Conoscendo i due fuochi F, *f*, per avere quanti punti si vorranno della circonferenza di questa curva, converrà, dopo avere scelto un punto qualunque *b* fra C ed *f*, cercare una quarta proporzionale alle linee B*b*, BF, o B*f*. Si può trovare

col calcolo questa quarta proporzionale moltiplicando BF per Bf e dividendo il prodotto per Bb , ed è il mezzo più sicuro; ma si può anche trovarla graficamente innalzando dal punto B una perpendicolare indefinita su cui si porterà Bt eguale a Bf ; quindi si condurrà Ab , alla quale si guiderà una parallela fx che darà la quarta proporzionale cercata Bx .

Conoscendo Bb e Bx , dai punti F, f , come centri e coi raggi Bb e Bx si descriveranno le sezioni che s'incrocicchieranno nei punti g, g , che saranno nella circonferenza della cassinoide. Prendendo quanti altri punti si vorranno fra C ed f , e ripetendo la stessa operazione fatta pel punto b , ognuno potrà dare quattro punti per una curva intera; cioè due sopra AB e due al di sotto; due punti per una semicassinoide, ed uno se trattasi di un quarto.

Se si porta la metà AC dell'asse maggiore in CH devesi osservare che più l'altezza dell'asse minore CD (come CG , figura 6), si appresserà a CH , più i due fuochi F, f , si avvicineranno al centro C ; in modo che quest'altezza, essendo divenuta eguale a CH , i due fuochi si riuniranno in uno stesso punto C , e la curva diverrà una semicirconferenza del cerchio AHB .

Se il semiasse CD diviene maggiore di AC , sopra CD divenuto asse maggiore si troveranno i fuochi; donde risulta che per una curvatura acuta conviene operare sull'asse verticale come abbiamo fatto sopra quello orizzontale per la curvatura schiacciata.

Per trovare i fuochi, quando l'altezza è fra D ed H , figura 6, per esempio in G , converrà innalzare una perpendicolare indefinita dal punto A sulla quale si porterà il semidiametro AC da A in P ; quindi si condurrà PG che segnerà la semicirconferenza AHB in un punto N . Frezier pretende nel suo Trattato sul taglio delle pietre, che se da questo punto N si abbassa sul diametro AB una perpendicolare Ni , il punto i sarà uno dei fuochi; ma questo è un errore. Sembra altronde che Frezier non abbia conosciuto bene questa curva mentre la propone per ogni altezza di curvatura.

Quando il punto G si trova fra D ed H , Ni non è eguale ad iG , nè si potrà avere l'equazione $Ai \times iB = iG^2$; dunque il punto i non può essere uno dei fuochi. Questa proprietà non ha luogo che per la minore altezza CD , cioè quando si ha $CD = \sqrt{\frac{CB^2}{3}}$.

In ogni altro caso per trovare uno dei fuochi, conviene, dopo aver abbassata la perpendicolare Ni , condurne un'altra Kt pel mezzo di NG ,

che taglierà AC in un punto t , il che darà tN eguale a iG . Ma siccome Nt non sarà perpendicolare ad AC non si avrà ancora la proprietà espressa dall'equazione di questa curva considerata come ellissi. Per trovare una linea che dia questa proprietà, converrà tirare una linea Gm che faccia con GP un angolo PGm eguale ad iNt ; il punto O in cui questa linea taglierà la semicirconferenza sarà quello da cui bisognerà abbassare una perpendicolare sopra AC , per determinare la posizione del fuoco; è chiaro che si avrà l'altro portando la distanza CF da C in f . Con questi due fuochi, operando come è stato spiegato più sopra, si troveranno della cassinoide tanti punti quanti se ne vorranno.

Per menare una tangente ad un punto qualunque R di questa curva, si condurrà per esso e pel fuoco F una linea retta indefinita sulla quale si porterà RS terza proporzionale tra RF ed Rf , cioè RS eguale a $\frac{RF \times RF}{Rf}$; avendo quindi condotta Sf , dal punto R le si abbascerà una perpendicolare indefinita che sarà la tangente cercata. Così, tirando dal punto R una parallela ad Sf , è evidente che sarà perpendicolare alla curva.

Si possono trovare graficamente la terza proporzionale RS , e la perpendicolare RT alla curva, portando Rf da R in M e conducendo pel punto M una parallela ad AB , che segnerà Rf in V ; portata quindi RV da R in S , si tirerà Sf , a cui se si mena una parallela pel punto R , RT sarà perpendicolare alla curva.

Confronto dell'ellissi delle sezioni coniche colle due curve precedenti.

Per confrontare queste curve circa il loro uso nelle curvature delle volte, convenne scegliere il rapporto dei semiasse della cicloide, che conviene in un caso solo, cioè quando il semiasse maggiore sta al minore come 11 a 7.

Sia il rettangolo $AHCD$, figura 7, nel quale sono inscritte tre curve;

- 1.° La cassinoide AGD ,
- 2.° L'ellissi delle sezioni coniche AKD ,
- 3.° La cicloide ALD .

Il ravvicinamento di queste tre curve fa vedere che la più aperta è la cassinoide, che la meno aperta è la cicloide; e che l'ellissi delle sezioni coniche, la quale è media fra esse, si avvicina nondimeno più alla cicloide che alla cassinoide.

Per far sentir meglio questo rapporto, ho immaginato un mezzo comune d'imitare queste tre curve con uno stesso numero d'archi di cer-

chio, i raggi dei quali indicano la maggiore o minor curvatura.

Per l'ellissi, dopo aver condotta la diagonale HC dal punto H, si descriverà un quarto di cerchio AE che taglierà la diagonale nel punto *m*. Si farà l'arco An eguale all'arco Em, e pei punti H ed *n* si condurrà una linea secante il semiasse AC nel punto *e*, che sarà uno dei centri per imitar questa curva.

Si avrà l'altro portando Ae da D in *g*, ed elevando sulla metà di *ge* una perpendicolare che incontrerà il semiasse CD prolungato in un punto M, che sarà il secondo centro. Avendo condotto pei due centri trovati la retta indefinita MeP, si descriverà dal centro *e* l'arco AP, e dal centro M l'arco PD che formeranno insieme l'imitazione di un quarto dell'ellissi.

Circa la cassinoide, si dividerà l'arco *mn* in tre parti eguali; dal punto H e dal punto 2 di una di queste divisioni si condurrà una linea retta che taglierà il semiasse AC al punto *d*, che sarà uno dei centri per imitare questa curva. Si avrà l'altro col portare, come per l'ellissi, Ad in Di ed elevando sulla metà di *di* una perpendicolare che taglierà l'asse CD prolungato in N, che sarà il secondo centro. Dopo aver condotta la retta Ndy, per indicare la congiunzione degli archi, si descriverà dal punto *d* come centro l'arco Ag, e dal punto N l'arco qD che formeranno insieme l'imitazione d' un quarto della cassinoide.

Per la cicloide si porterà il terzo dell'arco *mn* da *n* in 4 e si condurrà la retta H4 che incontrerà il semiasse AC in *b*, il quale sarà un punto di centro. Si avrà l'altro, portando Ab da D in *r*, ed elevando sulla metà *f* di *br*, una perpendicolare che taglierà l'asse minore CD prolungato in *l*; questo punto sarà l'altro centro. Avendo condotta pei due centri la retta indefinita *lbo* si disegnerà la curva come sopra.

La sensibile differenza che fra loro offrono queste curve, considerate come curvature di volte, influisce molto sulla loro solidità. La teoria d'accordo coll'esperienza prova che nelle volte schiacciate, più è curva l'arcatura del mezzo, minore è la sua spinta: così la curvatura AgD spinge molto più di quella APD, ed AoD meno di APD (1); donde risulta che se si ha in vista la solidità conviene scegliere una curvatura che si avvicini più alla cicloide che alla cassinoide. Nondimeno quest'ultima, che è più aperta, presenta in certi casi una forma più aggradevole che si accorda meglio coi piedritti a

piombo; ma essa agisce con più forza ed esige una maggior grossezza di sostegni.

L'ellissi, la cui curvatura è media, unisce la solidità alla regolarità, e perciò dev'essere sempre preferita; tanto più che ha la proprietà di poter servire per tutte le altezze di volte, mentre la cassinoide ha dei limiti, e la cicloide conviene ad un caso solo.

Tuttavia dal metodo per noi seguito onde imitare queste curve risulta che in tutt' i casi si può accostarsi ad esse, prendendo, per determinare i centri, sull'asse maggiore, Figura 7, de' punti come 2 e 4 situati al disopra o al disotto di *n* ad una distanza non maggiore del terzo dell'arco *mn*. Il rapporto più conveniente è il quarto, allorchè l'altezza della curvatura CD non è minore del terzo del diametro AB; in caso che la curvatura sia più schiacciata, l'ellissi è la sola curva che possa convenire.

Delle curvature ad undici centri, le quali non sono imitazioni dell'ellissi.

La maniera di descrivere una curva composta di più di tre archi di cerchio, è un problema indeterminato che può avere un gran numero di soluzioni.

Non basta conoscere il diametro, l'altezza della curvatura, ed il numero degli archi di cui dev'essere formata; conviene inoltre sapere se questi archi debbono essere eguali, cioè di uno stesso numero di gradi benchè di raggi diversi, e se il numero di gradi di ciascun arco deve essere ineguale e in quale proporzione vari, come anche la lunghezza dei raggi.

Noi cominceremo col dare il metodo di cui si è fatt'uso per disegnare la curvatura degli archi del ponte di Neuilly, che è formata da undici archi di cerchio, cioè per la semicurvatura rappresentata dalla figura 1 della Tavola XXI, sei archi che differiscono pel numero dei gradi o per la grandezza dei raggi.

Primo metodo.

Per descrivere questa curva che è più aperta dell'ellissi, dopo aver determinato il semidiametro AC a 60 piedi o metri 19 $\frac{1}{2}$ e la lunghezza del raggio Ad degli archi di origine ad un terzo di AC, si è diviso dC in quindici parti eguali, delle quali una si è data a di, due ad ik, tre a kl, quattro a lm e cinque ad mC; avendo quindi fissato CH al doppio di AC, si è diviso in cinque parti eguali, e dalle divisioni D, E, F, G, H, si sono condotte linee a quelle dell'orizzontale dC, abbastanza prolungate

(1) Questa teoria sarà sviluppata al Libro IX.

per servire a determinare la grandezza degli archi i cui centri sono dati dalle intersezioni di queste linee. Tali sono le rette DdI , EeK , FfL , GgM , ed HhN i cui punti d'intersezione e , f , g , h , hanno dato i centri degli archi intermedi. Così d è il centro dell'arco AI , e quello dell'arco IK , f dell'arco LK , g dell'arco LM , h di MN , ed H di NB .

Si può trovare col calcolo trigonometrico il valore in gradi di ciascuno di questi archi e la lunghezza dei raggi, considerando che l'angolo AdI è eguale a CdD , il che dà dC a CD come il raggio alla tangente dell'angolo cercato, che si troverà di 30 gradi e 58 minuti; del pari gli angoli IeK , EeD essendo eguali, daranno eC a CE come il raggio alla tangente della somma degli archi AI più IK , eguale a 52 gradi e 9 minuti, da cui levando l'arco precedente, rimangono 21 grado ed 11 minuti per l'arco cercato.

Gli angoli eguali KfL , EfF daranno fC a CF come il raggio alla tangente della somma degli archi $AI + IK + KL$, da cui levando la somma degli archi $AI + IK$, il residuo 13 gradi e 53 minuti sarà la misura dell'arco LK : colla stessa maniera si troverà l'arco ML di gradi 9, minuti 55.

L'arco MN di gradi 7, minuti 42,

L'arco NB di gradi 6, minuti 21.

La somma di questi archi essendo di gradi 90, debbono formare una semicurvatura che si unisce alle tangenti PB e PA , una delle quali è orizzontale e l'altra perpendicolare; così la curva che ne risulta soddisfa alle condizioni che d'ordinario si propone nel risolvere questo problema. Nondimeno bisogna osservare che gli archi da cui essa è formata sono disuguali, e non seguono veruna progressione regolare nella diminuzione, partendo dalle origini, il che deve nuocere alla uniformità della curvatura. Io sono d'opinione che sia miglior cosa l'adottare nella misura di questi archi un rapporto determinato,

Secondo metodo.

La figura 2 rappresenta una semicurvatura composta di sei archi la cui apertura va aumentando in progressione aritmetica dal mezzo della chiave fino all'origine; si è determinato il picciol raggio Ad col metodo per noi indicato alla pagina 34, perchè esso conviene a tutti i rettangoli nei quali possono essere inscritte curve ellittiche. Così dopo aver condotta la diagonale PC e descritto il quarto di cerchio AQ si è fatto l'angolo APn eguale all'angolo oPQ , ed il prolungamento della linea Pn ha dato il pun-

to d sul semidiametro AC , ed il punto H sull'asse BC prolungato. I due punti d ed H sono i centri dei due archi estremi. Per avere quelli degli altri quattro intermedi, si è condotta una parallela ld a PC , il che dà il primo arco AI di 27 gradi; quest'arco è il sesto termine di una progressione aritmetica di cui trattasi trovare il primo termine e la differenza. Così, chiamando x questo primo termine, e d la differenza, si troverà $x = 3$ gradi, e la differenza $d = 4$ gradi e 48 minuti; così l'arco AI essendo di 27 gradi, IK sarà di 22 gradi e 12 minuti; KL di 17 gradi e 24 minuti, LM di 12 gradi e 36 minuti; MN di 7 gradi e 48 minuti, NB di 3 gradi, e il tutto insieme di gradi 90. Il valore di questi archi essendo conosciuto, dal punto C e col raggio CA si è descritto il quarto di cerchio AR , si è fatto VR eguale al quinto di quest'arco che dà 18 gradi. Quest'arco diviso in sei, dà rR di 3 gradi, che è il primo termine della progressione aritmetica. Per avere la differenza si è diviso l'arco AV in quindici parti, il che dà sV per questo valore.

Avendo in seguito diviso DH pure in dieci parti, se ne sono date quattro a DE , tre ad EF , due ad FG ed una a GH .

Dal punto H , e con un raggio eguale a CR avendo descritto un arco, si è portato rR da 1 in 2, e si è condotta $H2N$, che forma con HB un angolo di 3 gradi.

Dal punto G , e col raggio CR si è descritto un secondo arco sul quale si è portata da 3 in 4 la misura de' due archi BN ed NM presi insieme (eguale a due volte rR più una volta sV) e si è tirato $G4M$ che forma con HB un angolo di 10 gradi e 48 minuti, e con GN uno di 7 gradi e 48 minuti.

Dal punto F si è descritto collo stesso raggio un terzo arco sul quale si è portata da 5 in 6 la misura de' tre archi BN , NM ed ML , che è eguale a tre volte rR e tre volte sV , e si è condotta $F6L$ che forma con HB un angolo di 23 gradi e 24 minuti, e con MG un angolo di 12 gradi e 36 minuti.

Dal punto E si è descritto un quarto arco, sempre col raggio CR , su cui si è portata per la misura de' quattro archi BN , NM , MN ed LK , da 7 in 8, quattro volte rR e 6 volte sV , e si è condotta $E8K$ che fa con HB un angolo di 40 gradi e 48 minuti, ed uno di 17 gradi e 24 minuti con MG .

I punti h , g , f , e ove queste linee si tagliano sono i centri de' quattro archi intermedi, che coi due estremi d ed H hanno servito per descrivere la curva di questa semicur-

vatura; cioè il punto d per l'arco AI , e per l'arco IK , f per l'arco KL , g per LM , h per MN , ed H per NB .

Per descrivere questi archi si può cominciare dal picciolo AI o dall'arco BN ; ma in tutti i casi conviene operare con tanto maggior precisione per arrivare esattamente al punto B se si parte dal punto A , o al punto A se si parte dal punto B , quanto è maggiore il numero degli archi che compongono la curva. Questa osservazione è applicabile non solo alle quattro figure di questa tavola, ma in generale a tutte le curve di questo genere.

Terzo metodo.

La curva rappresentata dalla figura 3 è composta di undici archi eguali, cioè di uno stesso numero di gradi. Per descriverla si è cominciato dal determinare i centri d ed H nello stesso modo che nella figura precedente. Dopo aver tirata la diagonale del rettangolo PC , si è fatto l'angolo APd eguale ad oPQ , e prolungato Pd fino in H .

Si è quindi descritto dal punto C e col raggio AC un quarto di cerchio AR , di cui si è divisa la circonferenza in sei parti eguali.

Dal punto d si è elevata una perpendicolare fino all'incontro q del raggio Ci , tirato dalla prima divisione del quarto di cerchio; da questo punto q si è condotta qr parallela a dC , che taglia nei punti 6, 7, 8, 9 i raggi tirati dalle divisioni 2, 3, 4, e 5 dello stesso quarto di cerchio.

Dopo aver portate le parti $q6$, 67 , 78 , 89 , e $9r$ da C in m , da m in l , da l in k , da k in i , e da i in d , da questi punti d , i , k , l , m e con un raggio eguale CA , si sono descritti archi di cerchio sui quali si è portato l'arco AI di 15 gradi una volta da 10 in D , due volte da 11 in E , tre volte da 12 in F , quattro volte da 13 in G , e cinque volte da 14, in 15.

Finalmente, dai punti Dd , Ei , Fk , Gl , ed Hm , si sono condotte linee che prolungate danno gli archi AI , IK , KL , LM , MN ed NB di uno stesso numero di gradi, cioè di 15. L'intersezione di queste linee fissa inoltre come nelle figure precedenti i centri d , e , f , g , h , ed H , per descrivere gli archi.

Noi abbiamo già detto che quando si vuole una curva più aperta dell'ellissi conviene fare l'angolo APd , che determina il primo centro, maggiore dell'angolo oPQ , in guisa però che la linea Pd non passi più di un terzo dall'ar-

co no , al disopra di n ; ma la curva risultante, avvicinandosi più alla cassinoide produrrà maggiore spinta.

Nella curva rappresentata dalla figura 1, che è quella degli archi del ponte di Neuilly, l'angolo APd è maggiore dell'angolo oPQ per un quinto circa dell'arco no .

Se invece si vuole una curva meno aperta dell'ellissi, e che a guisa della cicloide abbia una spinta minore, si farà passare una linea Pd che non deve allontanarsi sotto di n più di un quarto dell'arco no ; così puossi solo, cambiando il primo centro d , descrivere coi mezzi per noi indicati, curve più o meno aperte.

Le intersezioni segnate x nelle figure 1, 2, 3 indicano punti della circonferenza dell'ellissi per far vedere quanto queste curve ne differiscono.

Quarto metodo per formare collo stesso numero d'archi di cerchio una imitazione di ellissi.

La figura 4 rappresenta una curva che ha il diametro e l'altezza eguali alle precedenti, ed è descritta col metodo per noi indicato alle pagine 27 e 28.

Si è diviso, come nel precedente esempio, il quarto di cerchio AR in sei parti eguali nei punti 1, 2, 3, 4, e 5 pei quali si sono condotte le parallele ad RC .

Dal punto C e col raggio CB si è descritto un altro quarto di cerchio diviso esso pure in sei parti eguali nei punti 6, 7, 8, 9 e 10 pei quali si sono menate le parallele ad AC che incontrano le prime nei punti I , K , L , M , N congiunte in seguito con linee che formano un poligono.

Sulla metà di ciascun lato di questo poligono si sono innalzate perpendicolari indefinite, alcune delle quali incontrano i semidiametri AC e BC prolungati, nei punti d ed H , ed altre si tagliano fra loro nei punti e , f , g , h , che sono i centri degli archi corrispondenti a ciascun lato del poligono; questi archi formano assieme una curva che differisce poco dall'ellissi.

Questo metodo facile è quello che produce la curvatura più uniforme; esso ha pure il vantaggio di formare in tutti i casi arcate la cui curvatura è più regolare, e di una forma più solida e piacevole.

OSSERVAZIONI

Dopo aver fatto conoscere tutto ciò che la scienza offre d'interessante per le curve pro-

prie a formar volte schiacciate, è essenziale far osservare che per le volte schiacciate la curvatura più solida è quella formata da un solo arco di cerchio, AGB, figura 8, della Tavola XX. Benchè gli angoli mistilinei che essa produce nelle sue unioni coi piedritti in certi casi sieno sembrati difettosi agli occhi degli architetti moderni, nondimeno nelle antiche costruzioni di Roma, e specialmente nelle terme, si vedono simili volte che non producono cattivo effetto: se ne vedono pure nelle navate minori di San Pietro di Roma, ornate di cassettoni e che non rendono men vaga la bella architettura di questo monumento.

Delle volte acute.

Le volte acute, cioè quelle che sono più alte della metà del diametro hanno il vantaggio di spinger meno di quelle a tutto sesto e quindi meno delle volte schiacciate; nondimeno malgrado questo vantaggio, quando l'elevazione sorpassa il quarto del diametro, la curvatura produce un cattivo effetto, il che determina a farne uso solamente quando la forma deve cedere alla solidità.

È facile vedere che prendendo per semidiametro la metà del semiasse CD, figura 7, Tavola XX, e per altezza della volta il semiasse maggiore AC, tutto ciò che abbiamo detto delle tre curve precedenti rapporto alle curvature delle volte schiacciate, può applicarsi alle volte acute. In questo caso la cassinoide, che è una curva più aperta, produce inoltre, in quanto alla forma, un migliore effetto che non nelle volte schiacciate; ma anche è meno solida, esige maggiore spessezza e spinge di più.

La cicloide produce volte più solide, che agiscono con isforzo minore; ma la sua curvatura troppo ristretta rende la sua forma ancor più spiacevole che nelle volte schiacciate. Finalmente le volte acute che hanno solidità maggiore e meno spinta, sono quelle formate da due archi di cerchio AH, BH, figura 8, come le volte gotiche. Questa proprietà rende la curvatura di un grande soccorso per le impostature e in generale per tutte le costruzioni nascoste il cui oggetto è di unire la solidità alla leggerezza. Simili vantaggi fanno rammaricare di più vedendo che la forma di questi archi è divenuta un motivo sufficiente per proscriberli dalla moderna architettura. Gli architetti gotici hanno però ottenuto effetti i più pittoreschi e maestosi dall'uso di essi in una serie di combinazioni ingegnose e svariate.

Noi faremo in seguito vedere che è la curvatura più conveniente alle volte a resta per la loro grande spinta quando sono a tutto sesto.

Delle curvature per gli archi rampanti.

Si adoprano questi archi per formare aperture sotto parti di costruzioni in declivio, come tetti e salite di scale, ed anche per puntellare i punti d'appoggio delle volte a resta.

La curvatura di queste volte è d'ordinario formata di due archi di cerchio di raggi diversi che si uniscono con tre tangenti, due delle quali formano i piedritti, e la terza che è solamente linea d'operazione, determina la sommità della curvatura; perciò è chiamata linea di sommità. Così i due archi di cerchio da descrivere debbono unirsi assieme sulla linea di sommità; e con quella dei piedritti all'altezza delle origini, determinate da una linea inclinata che si chiama linea di salita.

La linea della sommità e il punto di contatto della curvatura dell'arco su questa linea è quella che serve a determinare la linea di salita, la grandezza degli archi e la positura dei loro centri.

Sia FG, figura 1, Tavola XXII, la linea di sommità, e T il punto di contatto, FAH e GBE la direzione dei piedritti; si determinerà la linea di salita che passa pei punti delle origini, portando FT da F in A, e TG da G in B: se si conduce AB essa sarà la linea di salita.

Per aver le curvature si tirerà dal punto T una perpendicolare indefinita ad FG, e due altre dai punti A e B alle direzioni dei piedritti; i punti g e C ove s'incontreranno saranno i centri per descrivere la curvatura; cioè C per l'arco AT e g per l'arco TB.

Questa operazione è fondata sopra una proprietà del cerchio dimostrata da Euclide, e in quasi tutti gli elementi della geometria, per la quale è provato che se da un punto preso fuori di un cerchio o da un arco di cerchio si conducono due tangenti, saranno sempre eguali.

Quando il punto T è preso nel mezzo della linea di sommità, Figura 2, la linea di salita si trova ad essa parallela, perchè allora TF essendo eguale a TG, GB deve trovarsi eguale ad FA. Ogniquale volta il punto T non sia nel mezzo della linea di sommità, essa non sarà parallela alla linea di salita.

Quando è data la linea di salita, per trovare la linea di sommità di cui si conosce l'inclinazione, si tirerà ad una distanza qualunque da AB una linea ef che abbia la data inclinazione; quindi dai punti ef come centri, si de-

scriveranno due archi di cerchio AA' , BA' fino all'incontro della supposta linea di sommità ef .

Se dai punti AA' , BA' si conducono linee prolungate indefinitamente, il punto T ove s'incontreranno indicherà il punto di contatto per cui deve passare la linea di sommità; cioè al disopra, se la linea supposta ef è troppo bassa, e al disotto se è troppo alta, come vedesi nella figura 2.

Quando la linea di sommità deve essere a livello, se si conosce la linea di salita, si può determinare il sito del punto di contatto sulla linea di sommità, descrivendo dal punto H , figura 5, il quarto di cerchio BL , che taglierà AH prolungata in L ; dividendo quindi AL in due parti eguali nel punto G , si farà passare per esso una perpendicolare indefinita, sulla quale si porterà la grandezza GA da G in D : questo punto sarà quello di contatto per cui dovrà passare la linea di sommità EF . Conducendo dal punto B una perpendicolare a BH essa incontrerà DG in un punto I , che sarà centro dell'arco picciolo DB , e G quello dell'arco maggiore AD .

È necessario osservare che impiegando più di due archi di cerchio, si possono formare archi rampanti, qualunque sia la situazione o la distanza della linea di sommità rapporto a quella di salita. Ecco quale ne è il modo, e non si trova in alcun autore.

Sieno le figure 3, 4, 6 e 7 nelle quali le linee di sommità ef , sono situate troppo alte o troppo basse perchè gli archi rampanti possano essere descritti con due archi di cerchio: disegnati dai punti e ed f gli archi BA' ed AA' , se la linea di sommità è troppo elevata, come nelle figure 3 e 6, si porterà la distanza ha' da G in L , e dal punto L come centro, si descriverà l'arco Rdm ; ed avendo portato dL da B in o , dal punto o se ne descriverà un altro che intersecherà il primo in m : fatto mn eguale a dm , si tirerà no , che taglierà dL in i , e da questo punto come centro, si descriverà l'arco dn in unione dei due primi.

Si porterà quindi dL da A in P , e dopo aver condotta PL si farà passare pel suo mezzo una perpendicolare che incontrerà AG prolungata in Q ; condotta QLR , si descriverà dal punto Q l'arco AR .

Se la linea di sommità è sotto il punto D , come nelle figure 4 e 7, dopo aver descritti gli archi BA' ed AA' , si porterà l'intervallo ha' da G in L , sotto AH , e dal punto L come centro, si descriverà l'arco indefinito Rdm , e il resto come abbiamo spiegato per le altre.

Per dare maggiore regolarità alla curvatura

degli archi rampanti la si può anche comporre di un certo numero d'archi di cerchio eguali in gradi, i raggi de' quali decrescano di una stessa quantità.

Sia DA , figura 8, la larghezza della curvatura fra i piedritti che noi supponiamo paralleli, e BA la linea di salita; se si vuol formare questa curvatura di sei archi eguali, si descriverà sopra DB , che indica l'altezza della salita, una semicirconferenza di cerchio che dividerassi in sei parti eguali; si tirerà una delle corde 2 3, che sarà il lato del poligono inscritto, alla quale condurrassi una parallela tangente all'arco e terminata dai due raggi, per avere il lato del poligono circoscritto: si porterà sei volte questo lato da D in E per avere lo sviluppo de' sei lati; si dividerà quindi AE in due parti eguali nel punto C , pel quale si eleverà una perpendicolare Cd ; si porterà da C in 1, e da d in 6 la metà d'un lato del poligono circoscritto, e dal punto 1 la linea 1b che faccia con 1A un angolo di 30 gradi, in modo che l'arco Ab sia eguale alla sesta parte della semicirconferenza $AbmE$. Su questa linea si porterà da 1 in 2, una delle divisioni 1, 2, eguale al lato del poligono circoscritto; e dal punto 2, si condurrà una seconda linea che faccia con 2b un angolo di 30 gradi, descrivendo dal punto 2 con un raggio eguale ad 1A, un arco 7, 8, eguale a bA .

Portando del pari da 2 in 3 un'altra parte, si condurrà dal punto 3 una linea che faccia anch'essa colla precedente un arco di 30 gradi, descrivendo dal punto 3 con un raggio eguale ad 1A un arco 9, 10, eguale a bA , e così di seguito come vedesi indicato nella figura. Si potrebbero avere queste linee descrivendo su Cd come diametro, una semicirconferenza di cerchio a cui si circoscrivesse un poligono di sei lati; ma questa operazione a causa della picciolezza dei lati che si dovrebbero prolungare, non sarebbe così esatta. Questa curvatura è più piacevole di tutte quelle che abbiamo descritte, ed anche dell'ellissi.

Si possono ancora formare le curvature degli archi rampanti con semiellissi, prendendo la linea di salita AB , e la DCR che passa pel punto di contatto, come due diametri coniugati, figura 9: queste semiellissi saranno facili da descrivere se si conoscono i due assi. Per trovarli, dall'estremità D del diametro minore DCR , si abbasserà sull'altro AB una perpendicolare DE che si prolungherà indefinitamente verso M ; quindi si porterà il semidiametro AC da D in M , e si condurrà MC che dividerassi in due parti eguali nel punto N . Dai punti N e D condotta

una retta indefinita, fatto centro in N e col raggio NC , si descriverà un arco che taglierà la linea ND prolungata in G , che sarà un punto dell'asse maggiore, la direzione del quale avrassi conducendo da questo punto al centro C la retta CG .

Se si porta ND da N in S , CS sarà eguale alla metà dell'asse maggiore, che si porterà da C in K e da C in L . Facendo quindi passare pel centro C una perpendicolare all'asse maggiore KL , essa indicherà l'asse minore di cui avrassi la lunghezza portando la grandezza DG da C in H e da C in I . Conoscendo i due assi si descriverà l'ellissi come abbiamo di sopra indicato.

Quando la tangente che deve formare la linea di sommità di un arco rampante non è parallela alla linea di salita, figura 10, si determina il punto di contatto con una ellissi, portando Bm da m in g , e tirando Ag , che taglierà la linea di sommità in un punto T , il quale sarà il punto cercato. Se si conduce TV parallela a Bm , essa sarà un'ordinata al diametro AB .

Per trovare l'altro diametro coniugato CD bisogna elevare dal mezzo C di AB , una perpendicolare Cd eguale a CB alla quale si tirerà una parallela pel punto V ed un'altra a CD ; descritto quindi l'arco aB , dal punto b ove taglierà Va , si tirerà bT a cui si condurrà la parallela ch esprimente la grandezza del semidiametro CD coniugato ad AB . Si avrà la sua posizione conducendo dal centro C una parallela a TV , e la sua lunghezza portando Vh da C in D e da C in R .

Conoscendo i due diametri coniugati, si cercheranno i due assi operando come per la figura precedente, e si descriverà col mezzo di questi due assi, l'ellissi o la semiellissi che deve formare l'arco rampante in tutti i casi in cui le linee di salita e di sommità prolungate potranno incontrarsi in un punto, come vedesi in X nella presente figura.

Si può fare a meno di cercare gli assi per descrivere un'ellissi di cui si conoscono due diametri coniugati ACB , DCE , figura 11; dopo aver condotta pel punto D la linea DT paralel-

la ad AB , e pel punto C la perpendicolare CK che incontrerà DT nel punto K , si prolungerà questa linea verso F ; quindi, dal punto C come centro e col raggio CK descritto il quarto di cerchio HK , e col semidiametro CB per raggio, un altro quarto di cerchio BF , si divideranno questi due quarti in uno stesso numero di parti eguali: da ognuna di queste divisioni segnate 1, 2, 3, nell'uno e nell'altro cerchio, si condurranno le parallele al diametro AB , indicate da aa , bb , cc , ed 1L, 2M, 3N. Dai punti di divisione 1, 2, 3, del quarto di cerchio FB , si condurranno le parallele ad FC che per conseguenza saranno perpendicolari ad AB , e taglieranno questo diametro nei punti g , h , k , pei quali si tireranno delle parallele a CD . L'incontro di queste linee colle parallele aa , bb , cc , indicherà punti della semicirconferenza dell'ellissi, colla guida dei quali la si disegnerà usando un regolo curvo.

Si troveranno i punti dell'altra metà prolungando le parallele a CD dall'altra parte del diametro AB e facendo questi prolungamenti eguali alla loro parte corrispondente.

Si può cangiare una semicirconferenza di cerchio in un arco rampante con mezzi molto più facili e che danno del pari una semiellissi.

Descritta una semicirconferenza di cerchio AHB , figura 12, il cui diametro sia eguale alla lunghezza dell'arco rampante, la si dividerà con linee parallele al diametro AB ; fra le parallele Aa , Bb , si segnerà la linea di salita ab ; e dopo aver fatta ch eguale a CH , si porterà sopra le divisioni del semicerchio e si tireranno le parallele alla linea di salita sulle quali si porteranno le larghezze OR ed RO , in or , e ro ; quelle IG e GI , sopra ig , e gi ; DE e EF , sopra de ed ef . Per tutte le estremità di queste linee si farà passare una curva rampante che sarà una semiellissi.

Si ottiene lo stesso risultamento dividendo il cerchio colle perpendicolari al diametro, figura 13, e facendo de , fg , hi , kl , mn , eguali a DE , FG , HI , KL , MN .

Con questi semplici metodi si può non solo trasformare una semicirconferenza di cerchio in arco rampante, ma anche tutte le specie di curve.

CAPO SECONDO

DELLE CURVE APERTE.

Si danno congiunture nelle quali si può far uso, per le curvature delle volte acute o schiacciate, di curve aperte come sono la parabola l'iperbola e la catenaria. Le due prime vengono talora necessitate dalla penetrazione o dall'incontro delle volte coniche e la terza da ragioni di solidità, come nella cupola di Santa Genoveffa, il che vedrassi nel libro nono.

Della parabola.

Questa curva è prodotta dalla sezione d'un cono parallela ad un lato, figura 9, Tavola XX. I geometri greci l'hanno così chiamata dalla parola *καρπὸς* perfetto rapporto, eguaglianza, per una delle sue principali proprietà che in tutti i casi dà il quadrato delle sue ordinate eguale al prodotto delle ascisse corrispondenti pel parametro.

Ecco la maniera più facile di descrivere questa curva quando si conosce l'asse CD che indica l'altezza di curvatura, e la doppia ordinata ACB che determina la sua larghezza o il diametro al punto di origine.

Si dividerà l'asse CD e ciascuna delle sue ordinate CA, CB, in uno stesso numero di parti eguali, per esempio in quattro: pei punti di divisione di queste ordinate, si condurranno tante parallele indefinite all'asse; quindi pel lato DB si tirerà dal punto A per tutti i punti di divisione dell'asse tante linee rette, che prolungate taglieranno le parallele condotte dalle divisioni di CD, cioè A1 in *a*, A2 in *b*, A3 in *c*: i punti *a*, *b*, *c*, saranno punti della parabola pei quali e pei punti D, B, si farà passare colla mano o con un regolo piegato una curva che sarà una semiparabola.

È evidente che operando dal punto B come si è fatto pel punto A, si determineranno, sulle parallele condotte dai punti di divisione dell'ordinata CA, i punti *d*, *e* ed *f*, dell'altra metà della parabola.

Ma si può prescindere da questa operazione la cagione della simmetria della curva, portando 3*c* da 1 in *f*, 2*b* da 2 in *e*, ed 1*a* da 3 in *d*.

Per condurre perpendicolari a questa curva conviene conoscere il suo parametro, che è una terza proporzionale fra CD e CA.

Perciò, avendo condotta AD, s'innalzerà sul mezzo di questa linea una perpendicolare indefinita che taglierà l'asse CD nel punto E; dal quale come centro, e col raggio ED, si descriverà la semicirconferenza DAL, che incontrerà l'asse CD prolungato in L: CL sarà il parametro.

Conoscendo il parametro, per elevare una perpendicolare a questa curva da un punto qualunque M, si condurrà da questo punto MP una parallela a BC, e si porterà la metà del parametro CL da P in N; si menerà quindi NMO che sarà la perpendicolare cercata.

Dell'iperbola.

Se s'immaginano due coni retti eguali, figura 1, Tavola XXIII, in uno stesso asse III, e segati da un piano MmNn parallelo a quest'asse o situato in modo da poterli tagliare, le sezioni MAN, *man*, che ne risulteranno, saranno iperbole. Questa parola viene dal greco *μεριστος* che significa eccesso. Gli antichi geometri le hanno dato questo nome perchè in tal curva il quadrato di una ordinata qualunque PM o *pm* è maggiore del prodotto del parametro nella parte AP od *ap* mentre è eguale nella parabola e minore nell'ellissi. Le denominazioni di parabola, d'iperbola e d'ellissi si attribuiscono ad Apollonio, chiamato il gran geometra, il quale ha voluto con questi nomi indicare l'eguaglianza nella parabola, il difetto nell'ellissi e l'eccesso nell'iperbola.

Invece di due coni opposti i geometri talvolta ne suppongono quattro, figura 2, che si uniscono immediatamente secondo le linee EH, DG; e gli assi che gli uniscono a due a due formano due linee rette IK LM che s'intersecano nel centro C in uno stesso piano.

Per farsi un'idea di questa disposizione conviene immaginare due coni interi ECG, GCH, i cui angoli al vertice presi nel piano dei loro assi sieno supplementi l'uno dell'altro; cioè che il valore di questi angoli presi assieme sia di 180 gradi, o di 2 angoli retti. Se ciascun cono si taglia in due parti eguali con piani che passano per l'asse, ne risulteranno quattro semi-coni, i quali poggiando sulla loro superficie piana o triangolare, disposti in mo-

do che le metà di uno stesso cono siano opposte, come ECG a DCH, e DCE a GCH, esse comporranno insieme un parallelogrammo od un rettangolo EDHG le cui diagonali EH, DG saranno formate dai lati de' semi-coni. Se s'immagina che questi semi-coni così disposti sieno tagliati da un piano parallelo a quello su cui poggiano, ne risulteranno quattro iperbole che i geometri chiamano coniugate. Aa sarà l'asse maggiore delle due iperbole opposte MAm , Nan , e Bb l'asse minore: ma se si considerano le altre due iperbole QBq , Rbr , allora Bb diviene l'asse maggiore ed Aa il minore.

Le diagonali ECH, DCG che rappresentano i lati de' cono sono chiamate assintoti, motto che viene dal greco, e che vuol dire che non può essere toccato, perchè questa curva si avvicina all'infinito e continuamente a queste linee senza poterle incontrare. Il punto C ove s'intersecano gli assi e gli assintoti è chiamato centro.

Quando gli assi Aa e Bb sono eguali, gli assintoti che s'incrocchiano al centro formano angoli retti, e le quattro iperbole sono chiamate equilatero o circolari, figura 3; perchè se dal centro C si descrive un cerchio, toccherà le sommità delle quattro iperbole che saranno simili; ma se gli angoli sono disuguali non può essere che una ellissi; perciò si distinguono talvolta sotto nome d'iperbole ellittiche.

Le iperbole hanno un fuoco come la parabola; si trova portando Ab eguale a Cf da C in F e in F' , o in f ed f' ; in guisa che i fuochi delle quattro iperbole coniugate circolari ed ellittiche sono ad una stessa distanza del centro C.

La proprietà dei fuochi è che se si tira da un punto qualunque di una iperbola circolare od ellittica una linea OF al suo fuoco e un'altra OF' al fuoco dell'iperbola opposta situata sullo stesso asse, la differenza di queste due linee sarà sempre eguale all'asse sul cui prolungamento si trovano i fuochi. Così si avrà $Of - Of' = Bb$, o $OF' - OF = Aa$.

Questa proprietà fornisce un mezzo facile di descrivere una o due iperbole opposte.

Conoscendo l'asse Aa ed i due fuochi Ff delle due iperbole opposte, figura 4, per descriverle con più punti conviene prima segnare sopra una linea indefinita EG, figura 4 bis, la parte EH eguale ad Aa ; quindi dai fuochi Ff con un raggio maggiore di Af od aF si descriveranno gli archi indefiniti e , e' ; si porterà il raggio che ha servito a descrivere questi archi sulla linea EG da E in 1 , e si

prenderà la differenza $H1$ colla quale dagli stessi fuochi si faranno delle sezioni segnati i primi archi nei punti 1 ed $1'$, i quali saranno punti delle iperbole. Si avrà un secondo punto portando sopra EG la parte $E2$ colla quale si descriveranno i fuochi degl'archi che s'incontreranno come sopra prendendo la parte $H2$ per raggio delle sezioni descritte dagli stessi fuochi.

Operando similmente si avranno tanti punti 3 , 4 , delle iperbole quanti si crederanno a proposito, pei quali con un regolo incavato si disegneranno queste curve.

Si può anche descrivere l'iperbola con un movimento continuo, figura 4, servendosi di un regolo FH avente un'estremità fissa in uno dei fuochi con una punta attorno, la quale possa girare, e con un filo o cordone meno lungo di questo regolo, attaccato con un capo alla estremità H del regolo e coll'altra al fuoco J dell'iperbola che si vuol descrivere.

Quando è fissata la sommità a è necessario che trovandosi il regolo sull'asse Ff , la lunghezza del cordone sia tale che mettendovi una punta per tenderlo, la piegatura cada sul punto a . Allora facendo muovere il regolo attorno il punto F, nello stesso tempo che si tiene la punta aderente al regolo per far tendere il cordone, essa descriverà la curva MaG che sarà un'iperbola. Mettendo un altro regolo in senso contrario si descriverà l'iperbola opposta, come si vede nella figura 4.

Aggiugneremo qui a quanto abbiamo detto parlando dell'ellissi, che tutti i mezzi meccanici imaginati per descrivere le sezioni coniche, sono inferiori, in quanto alla precisione, a quelli di descriverle con più punti.

Per condurre le tangenti e le perpendicolari ad una iperbola di cui si conoscono gli assintoti CE, CG, figura 4, conviene dai punti M ed m in cui devono incontrare la curva, condurre le parallele MH, mh agli assintoti CE, CG, e prendere le parti HD ed hd eguali ad HC ed hC ; le linee tirate dai punti D e d ai punti M ed m saranno tangenti, alle quali elevando le perpendicolari MP ed mp esse lo saranno anche all'iperbola.

Noi ci siamo alquanto estesi sulle iperbole e sulle linee che servono alla descrizione di esse perchè i geometri che ne hanno parlato nelle sezioni coniche, si sono piuttosto occupati delle proprietà analitiche e geometriche di esse che di questo oggetto essenziale alle arti e specialmente alla parte che noi trattiamo.

Della catenaria.

Chiamasi catenaria la curva ACB, figura 5, formata da una catena composta di anelli eguali e sospesa per le estremità a due punti meno distanti della lunghezza della catena, in guisa che la sommità C di questa curva è sotto il punto di sospensione.

Molti matematici hanno dimostrato che questa curva rialzata è tanta vantaggiosa per formare la curvatura delle volte, che le pietre o peducci che le compongono potrebbero sostenersi senza soccorso di alcuna malta, gesso o cemento, benchè a commessure esattamente pulite; ed anche sostituendo tante palle ai peducci, il che sembra più straordinario, purchè i punti di contatto sieno nella direzione di questa curva.

Per assicurarmi di questa proprietà io ho voluto fare una sperienza con palle di pietra di Tonnerre, di un pollice di diametro. Sopra una tavola avente un margine al fondo ho descritto una catenaria sulla quale ho disposto quindici di queste palle, figura 6, in modo che il loro punto di contatto si trovava su questa curva. Dopo molti tentativi inutili, immaginai di formare la curvatura su cui dovevano essere collocate, onde giugnere più facilmente al mio scopo. Questa curvatura era composta di tre pezzi che potevano ritirarsi senza sconcertare le palle, delle quali le due prime erano ferme. Collocai queste palle sul piano inclinato per 45 gradi, e dopo aver levata la centinatura, innalzai dolcemente la tavola fino ad essere verticale: in più di trenta volte che ho ripetuto l'esperienza sono giunto a drizzare il piano due volte senza scomporre le palle; ma basta una per provare questa proprietà indipendentemente dalla teoria.

Sembra che un vantaggio così grande avrebbe dovuto impegnare gli architetti e gl'ingegneri a far uso di questa curva per la curvatura delle volte; ma la difficoltà di delinearla, e gli angoli che forma coi piedritti a piombo fanno preferir curve più piacevoli e più facili a descriversi. Nondimeno in più congruenze si può impiegare più utilmente per le grandi opere in cui la solidità dev'essere preferita alla eleganza delle forme. Per le volte acute, la cui altezza non oltrepassa il diametro, la catenaria è meno spiacevole della parabola e degli archi gotici, ed anche dell'ellissi, soprattutto quando la piegatura dell'origine è nascosta sotto una cornice.

Questa curva può essere utilmente impiegata per formare la curvatura degli archi di un dia-

metro grandissimo o che debbono portare un gran peso. Io me ne sono servito con buon successo per le grandi arcate che sostengono il colonnato circolare della cupola della chiesa di Santa Genoveffa e per la gran volta fra le due cupole, che regge l'acrotorio e la lanterna: se ne tratterà alla quinta Sezione di questo Libro.

Prima maniera di descrivere la catenaria.

Conviene procurarsi una catena di metallo ben fatta e di anelli eguali e mobili; si sceglierà quindi un muro a piombo e d'intonaco ben pareggiato; vi si descriverà una linea orizzontale indefinita sulla quale si segnerà la larghezza AB, figura 5, Tavola XXIII, che deve avere la curvatura alla sua origine; sulla metà di AB si abbasserà una perpendicolare, o verticale, per notarvi l'altezza della curvatura da D in C: ciò fatto, avendo fermata una estremità della catena al punto A si farà scorrere lungo l'altro B, finchè il mezzo arrivi nel punto C; fissata la catena in questa positura con due chiodi situati nei punti A e B, formerà la catenaria che conviene a questo caso particolare. Sarà lo stesso per ogni altro caso.

Per avere il suo contorno sul muro si noteranno de' punti più esattamente che sia possibile, quindi si delineerà la curva con un regolo piegato concordante coi detti punti; questa curva sarà l'arcatura cercata, ma avrà una posizione al rovescio.

Altro modo di descrivere la catenaria con molti punti.

Siccome può avvenire che non si abbia a propria disposizione una catena abbastanza ben fatta per descrivere questa curva colla precisione conveniente, noi daremo un metodo facile per trovare geometricamente quanti punti si vorranno di questa curva.

Conoscendo la larghezza AB, figura 7, e l'altezza CD che deve avere la curvatura che si vuol formare, dal punto D si condurrà una perpendicolare indefinita all'asse CD; si porterà quindi il semidiametro AC sull'asse da C in E, e fatto centro in E, col raggio CE si descriverà una semicirconferenza di cerchio che segnerà in F la perpendicolare condotta dalla sommità D: la parte DF sarà il parametro della curva che si porterà da D in G; pel punto G si condurrà una parallela a DF, e due altre all'asse, dai punti A e B, che incontreranno la prima nei punti H ed I.

Dal punto G come centro, e col raggio GC

si descriverà un arco di cerchio che taglierà DF prolungato in L, e si tirerà la retta LG.

Dal punto L come centro, e col raggio LD si descriverà un altro arco che taglierà LG in N; portata NG da L in K, sopra IB, si cercherà una media proporzionale fra IK e GD che si porterà da e in n sopra una parallela all'asse tirata dal mezzo di GI: quindi si andrà in cerca di una terza proporzionale fra le linee en e DG, che si porterà da b in h, sopra una parallela all'asse condotta dalla metà di HG: la curva che passerà pei punti K, n, D, h, che chiamasi logaritmica, serve a trovare i punti della catenaria.

È evidente che si troveranno quanti punti si vogliano della logaritmica, cercando delle medie e terze proporzionali alle linee già trovate, che si metteranno parallele all'asse ed equidistanti.

Per avere i punti corrispondenti della catenaria si prenderà la metà dalla somma delle medie e delle terze proporzionali situate ad una eguale distanza dall'asse, come en e bh, che si porteranno sulle stesse linee da e in q e da b in t: i punti q, t apparterranno alla catenaria.

Si possono facilmente trovare col calcolo le medie e le terze proporzionali, ed è il metodo più sicuro: questo è quello per noi seguito onde descrivere le curvature dei grandi archi e della cupola intermedia di Santa Genoveffa, che abbiamo testè citata.

Affin di facilitare questo calcolo a quelli che volessero adoperarlo per una maggior precisione nel descrivere questa curva, indicheremo le operazioni, supponendo che si conosca il diametro AB della curvatura e la sua altezza CD, figura 7.

Per trovare il parametro DF eguale a DG, si osserverà che CP essendo eguale ad AB, sottraendone CD, si avrà il valore di DP; e siccome DF è media proporzionale fra DP e DC, si avrà il suo valore prendendo la radice quadrata del prodotto di DP per DC, cioè si avrà $DF = \sqrt{DP \times DC}$.

Conoscendo $DF = DG$, si troverà $CG = CD + DG = LG$.

Il triangolo LDG essendo rettangolo, darà $DL = \sqrt{LG^2 - DG^2}$, e levando DL da LG, si avrà la differenza $NG = IK$.

Per le medie proporzionali si otterrà

$$en = \sqrt{IK \times DG},$$

$$of = \sqrt{en \times IK},$$

$$dm = \sqrt{DG \times en}.$$

Per le terze proporzionali si avrà

$$ci = \frac{DG^2}{en},$$

$$bh = \frac{DG^2}{ci},$$

$$ag = \frac{en^2}{of}.$$

Queste linee saranno le ordinate per descrivere la curva logaritmica.

Si troveranno quelle della catenaria, per esempio,

$$au \text{ ed } fr = \frac{of + ag}{2},$$

$$bt \text{ ed } eq = \frac{en + bh}{2},$$

$$dp \text{ e } cs = \frac{dm + ci}{2},$$

col mezzo delle quali si descriverà questa curva.

Si possono anche trovare geometricamente: così per avere la media proporzionale en, fra IK e GD, si porterà sopra una stessa linea retta ciascuna di queste grandezze, una da G in D e l'altra da G in K, figura 8.

Pel punto G si farà passare una perpendicolare indefinita, e divisa KD in due parti eguali nel punto C, da questo punto come centro, e col raggio CK si descriverà una semicirconferenza di cerchio che segherà la perpendicolare condotta dal punto G in O; GO sarà la media proporzionale cercata che si porterà da e in n, figura 7.

Per trovare la terza proporzionale bh, situata dall'altra parte dell'asse ad eguale distanza, si prolungherà indefinitamente la linea GO, figura 8, e tirata DO, si eleverà sulla sua metà una perpendicolare che segherà OG prolungato in B: da questo punto come centro, e col raggio BO, si descriverà un'altra semicirconferenza che segherà OGB prolungata in H; la parte GH sarà la terza proporzionale cercata che si porterà da b in h, figura 7. Ma se si osserva che BH, eguale a BO, rappresenta la semisomma della media e della terza proporzionale en e bh, si vedrà che BH deve essere eguale ad eq o a bt, che esprime la distanza dei punti t e q della catenaria alla linea HI; donde risulta che si può prescindere dal descrivere la curva logaritmica, portando BH della figura 8, da e in q, e da b in t, figura 7.

Modo di ottenere le perpendicolari alla catenaria per formare i tagli dei peducci.

Quando il diametro delle volte ha più di 5 o 6 metri e che la loro grossezza non è con-

riderevole, i preparatori si contentano di prendere sulla curva due punti poco distanti da quello ove dee passare la perpedicolare, ed operano come se la parte di curva compresa fra questi due punti fosse un arco di cerchio, il che non produce un errore sensibile. Ma siccome può avvenire il caso di aver bisogno di una maggior precisione, ecco un metodo per condurre geometricamente le tangenti e le perpendicolari a questa curva.

Per un punto dato condurre una tangente alla catenaria.

In qualunque modo sia stata descritta questa curva, converrà prendere il suo sviluppo dal punto dato u , figura 7, fino alla sommità D , ed estenderlo in linea retta sulla perpendicolare che

passa per l'estremità dell'asse da D in T : dal punto u , menata una parallela a DT che incontri l'asse nel punto x , si tirerà Tx , sul mezzo della quale si eleverà una perpendicolare che segherà l'asse in V ; condotta TV , e pel punto u tirata una parallela ua all'asse, si farà l'angolo auy eguale a DTV ; la linea uy sarà tangente al punto u della catenaria. Se da questo punto si eleva una perpendicolare uz a questa tangente essa lo sarà anche alla curva, e indicherà la direzione della commessura che passa per questo punto.

NB. Tutte le giunte a questa Sezione si porranno al termine del presente Libro, comprendovi anche i problemi stereotomici di Bordonni ed altre proposizioni tratte dalle Proiezioni Grafiche del Tramontini.

SEZIONE SECONDA

CAPO PRIMO

DELLE PROIEZIONI

NELL'Arte di edificare chiamasi sviluppo (*épure*) (1) le diverse proiezioni coll'ajuto delle quali si perviene a rendersi conto in tutti i sensi delle misure e delle forme di una parte d'un edificio. L'arte di particolarizzare è la più essenziale nel taglio delle pietre, consiste essa nell'esprimere con linee tutto ciò che è necessario per lo sviluppo delle parti di una volta, di una scala, ec.

Uno sviluppo presenta all'occhio di chi non è esercitato in quest'arte, un aggregato confuso di linee fra le quali è difficile riconoscere l'oggetto per cui è stato fatto; perchè sovente la pianta, l'elevazione ed il profilo di quest'oggetto si trovano uniti e confusi con una moltitudine di linee d'operazione.

Quest'arte, che è fondata nella geometria, era conosciuta dagli antichi architetti Greci e Romani. Vitruvio ne fa menzione nel suo Trattato di Architettura al Capo I del primo Libro, ove definisce la parola architettura, ed enumera le cognizioni che abbraccia. Ecco come si esprime: » La geometria poi (2) è di molto » sussidio all'architettura, specialmente perchè » insegna l'uso della riga e del compasso per » cui massimamente nei piani con più facilità » si fanno i disegni degli edifizii e le direzioni » delle squadre, dei livelli e delle linee. »

Per ben intendere il modo di delineare geometricamente le proiezioni o sviluppi di ogni sorta d'oggetti, conviene osservare, 1.^o che i solidi si vedono dalle facce apparenti; 2.^o che le superficie le quali inviluppano i corpi sono di due specie, cioè piane e curve. I corpi formati da esse possono essere divisi in tre classi: la prima comprende quelli rinchiusi da superficie piane, come i prismi, le piramidi e in generale le pietre di taglio di cui sono for-

mate le costruzioni a pareti piane; la seconda quelli limitati da superficie altre rette ed altre a semplici curvature, come i cilindri e i con, o i tronchi di cilindri e di con, o i peducci che compongono le volte. Nella terza classe si trovano i solidi terminati da una sola o più superficie a doppia curvatura, come la sfera, gli sferoidi ed i peducci che servono a formare le volte di questo genere.

Prima classe—Solidi a superficie piane.

Le superficie piane che terminano questi solidi formano al loro incontro angoli e spigoli che possono essere rappresentati da linee rette.

Rapporto a' solidi si distinguono tre specie d'angoli cioè gli angoli piani, gli angoli solidi, gli angoli de' piani. I primi sono formati dall'incontro delle linee che terminano le facce di un solido; i secondi risultano dall'aggregato di molte facce i cui spigoli si uniscono in un sol punto formante la sommità dell'angolo: così un angolo solido è composto di tanti angoli piani quante sono le facce che si uniscono in questo punto; ma conviene osservare che il numero di essi non può essere meno di tre.

L'angolo de' piani, di cui si parlerà nel Capo III, e quello formato dall'incontro di 2 facce di un solido.

Un cubo chiuso da sei facce quadrate eguali, comprende 12 spigoli in linee rette, 24 angoli piani ed 8 angoli solidi.

Le piramidi sono solidi che possono aver per base ogni sorta di poligoni, e le cui facce sono triangoli che si uniscono alla sommità in un sol punto ove formano un angolo solido.

I prismi possono, egualmente che le pira-

(1) Vedi la nota alla fine del libro.

(2) Geometria autem plura praesidia praestat architecturae; et primum euthegrammi et circini tradit usum,

e quo maxime facilius aedificiorum in arcibus expediuntur descriptiones, normarumque et librationum et linearum directiones.

midi, aver per base ogni specie di poligoni; ma le facce che partono dalla base sono parallelogrammi invece di triangoli, e s'innalzano parallelamente in modo che questi prismi hanno da per tutto la stessa grossezza.

Benchè le piramidi e i prismi rigorosamente parlando sieno poliedri, pure vengono indicati più particolarmente con questo nome i solidi di facce poligone in tutti i sensi, le quali possono essere considerate come basi di altrettante piramidi che hanno il loro vertice a centro.

Convien osservare che in tutti i solidi a superficie piana, gli spigoli terminano agli angoli solidi formati da molte di queste superficie che si riuniscono; d'onde risulta che per trovare la proiezione delle linee rette rappresentanti questi spigoli, basta conoscere la posizione degli angoli solidi ov' esse mettono capo; e siccome un angolo solido è sempre composto di molti angoli piani, un solo angolo solido determinerà le estremità di tutti gli spigoli che lo formano.

Seconda classe—Solidi terminati da superficie piano e da superficie curve.

Alcuni di questi solidi, come i coni, presentano una punta e due superficie, curva l'una o piana l'altra: l'incontro di queste superficie forma uno spigolo circolare od ellittico ad esse comune. La proiezione di un cono intero esige molti punti, per la curvatura che forma la sua base; ma un solo punto basta per determinare la sua sommità. Questo solido può essere considerato come una piramide a base ellittica o circolare; in tal caso per facilitare la sua proiezione s'inscrive un poligono nel cerchio o nell'ellissi che gli serve di base.

Se il cono è tronco o tagliato, si possono pure nelle curve inscrivere poligoni producenti queste sezioni.

I cilindri potendo essere considerati come prismi di basi circolari, ellittiche o di altre curve, si ottiene la loro proiezione collo stesso metodo, cioè inscrivendo poligoni nelle curve che formano le basi.

Terza classe—Solidi di superficie a doppia curvatura.

Un solido di questo genere può essere compreso sotto una sola superficie, come una sfera ed uno sferoide.

Siccome questi corpi non presentano nè angoli

nè linee, si possono rappresentare solamente mediante la curva apparente che sembra limitare la loro superficie. Questa curva può essere determinata da tangenti parallele ad una linea condotta dal centro del solido, perpendicolare al piano di proiezione.

Se questi solidi sono tronchi, o tagliati da piani, convien, dopo aver descritte le curve che li rappresentano tutti interi, inscrivere dei poligoni in ciascuna curva prodotta dalle sezioni, onde operare come pei coni e pei cilindri.

Per farsi un'idea della proiezione di un apparecchio composto di più pezzi, come quello di una volta, convien immaginare che tutte le parti solide si annientino e che rimangano i soli spigoli formati dalle facce dei peducci. L'aggregato delle linee materiali che ne risultano esposto alla luce del sole, i cui raggi sono sensibilmente paralleli, proietterebbe sopra un piano perpendicolare a questi raggi delle tracce che indicherebbero tutti gli spigoli o linee, che abbiamo supposto materiali, le une accorciate, e le altre di una stessa grandezza: il complesso di queste ombre proiettate sarà lo sviluppo della volta. Da questa spiegazione risulta;

1.° Che per avere la proiezione, sopra un piano, di una linea retta rappresentante lo spigolo di una pietra o di un solido qualunque, convien abbassare su questo piano le perpendicolari da ciascuna di queste estremità;

2.° Che se questo spigolo è parallelo al piano di proiezione, la linea rappresentante la sua proiezione sarà della stessa grandezza;

3.° Che se sarà obliqua, la proiezione sarà più breve;

4.° Che le perpendicolari colle quali si fa la proiezione, essendo fra loro parallele, la linea proiettata non può mai essere più lunga dello spigolo che rappresenta;

5.° Che per indicare uno spigolo perpendicolare al piano di proiezione si abbisogna di un punto, perchè si confonde colle perpendicolari di proiezione;

6.° Che la misura dell'obliquità di uno spigolo sarà indicata dalla differenza delle perpendicolari abbassate dalle sue estremità.

Nel fare gli sviluppi, tutte le operazioni si riferiscono a due piani uno orizzontale o di livello e l'altro verticale o a piombo.

Proiezione delle linee rette.

La proiezione di una linea AB, figura 1, Tavola XXIV, perpendicolare ad un piano oriz-

zontale, è espressa su questo piano da un sol punto K , e colle linee ab , $a'b'$, eguali alla linea originale sui piani verticali, qualunque sia la loro direzione.

Una linea inclinata CD , figura 2, dà sopra un piano orizzontale o verticale le proiezioni cd , $c'd'$, più brevi di questa linea, fuorchè sopra un piano verticale parallelo alla proiezione della stessa sul piano orizzontale, nel qual caso dà $c'd'$, eguale all'originale CD .

Una linea inclinata EF , figura 3, che giri sulla sua estremità E conservando la stessa inclinazione rapporto al piano su cui posa, potrebbe aver successivamente per proiezione tutti i raggi del cerchio Ef , determinati dalla perpendicolare abbassata dal punto F .

Due linee GH , IK , figura 4, una delle quali è parallela ad un piano orizzontale e l'altra inclinata, possono avere la stessa proiezione mn su questo piano. Sopra un piano verticale perpendicolare ad mn , la proiezione della linea GH sarà un punto g , e quella della linea inclinata IK , una verticale $k'i$, che misura l'inclinazione di questa linea; finalmente sopra un piano verticale parallelo ad mn , le proiezioni $i'k'$, $g'h'$, saranno parallele ed eguali alle linee originali.

Proiezione delle superficie.

Ciò che si è detto rapporto alle linee rette proiettate su piani verticali od orizzontali, può applicarsi alle superficie piane: così la superficie $ABCD$, figura 5, parallela ad un piano orizzontale dà una proiezione $abcd$, della stessa forma e grandezza.

Una superficie inclinata $EFGH$ può avere la stessa proiezione di quella a livello, benchè più lunga, se le linee di proiezione AE , BF , DH , CG si trovano nella stessa direzione.

La superficie di livello $ABCD$ avrebbe per proiezione su piani verticali, le linee rette ab , $b'e'$, perchè questa superficie trovasi in uno stesso piano delle linee di proiezione.

La superficie inclinata $EFGH$ produce sopra un piano verticale una figura accorciata $h'qef$, di questa superficie; o sull'altro una semplice linea fg , che indica il profilo della sua inclinazione, perchè questo piano è parallelo al lato della superficie inclinata.

Proiezione delle linee curve.

Le linee curve non avendo i loro punti nella stessa direzione, occupano un certo spazio, onde la loro proiezione si avvicina a quella delle superficie.

La proiezione di una curva sopra un piano parallelo alla superficie di cui essa fa parte, figura 6, è simile a questa curva.

Se il piano di proiezione non è parallelo ne risulta una curva accorciata in ragione della sua obliquità con questa superficie, fig. 7.

Se questa curva è perpendicolare al piano di proiezione ne risulterà una linea rappresentante il profilo della superficie dalla quale è compresa, cioè una linea retta se la superficie è piana, figura 8, ed una linea curva se la superficie è curva, figura 9.

Per fare la proiezione di una linea curva ABC , figura 9, quando la superficie da cui è compresa è curva e non perpendicolare al piano di proiezione, conviene inscrivere un poligono nella curva, ed abbassare da ciascun angolo una perpendicolare e delle parallele alla corda che sottende l'arco.

Ma è utile osservare che questa linea essendo a doppia curvatura, conviene inoltre inscrivere un poligono nella curvatura che forma il piano abc della superficie nella quale è compresa la linea curva.

L'aggregato e lo sviluppo di tutte le parti che compongono le volte a superficie curve potendo essere rappresentati sopra un piano orizzontale o verticale con linee rette o curve che terminano le loro superficie, ne risulta che se si è ben compreso ciò che abbiamo detto sulla proiezione di queste linee si potrà descrivere ogni sorta di sviluppi qualunque sia la posizione delle volte o di altri oggetti da rappresentare geometricamente.

Proiezione dei solidi.

Le proiezioni di un cubo $ABCDEFGH$ situato parallelamente a due piani l'uno verticale e l'altro orizzontale sono quadrati, i cui lati rappresentano le facce perpendicolari a questi piani, figura 10, indicate dalle lettere corrispondenti.

Se si suppone che lo stesso cubo si muova come attorno un asse, in modo che due delle sue facce opposte rimangano perpendicolari a questi piani come si vede nella figura 11, la sua proiezione darà su ciascuno di essi un rettangolo la cui lunghezza potrà variare tra l'estensione della differenza che esiste fra il lato e la diagonale del quadrato. Il movimento degli spigoli opposti darebbe invece un rettangolo la cui larghezza percorrerebbe tutte le dimensioni comprese fra l'immagine del quadrato perfetto ed il momento in cui questi due spigoli verranno a confondersi in una sola linea retta.

La figura 12 fa vedere un cilindro elevato a piombo sopra un piano orizzontale, con la sua proiezione $ADBC$ su questo piano, rappresentata da un cerchio, e sopra un piano verticale, da un rettangolo $gedh$.

La figura 13 rappresenta un cilindro inclinato colla sua proiezione sopra un piano verticale e sopra un piano orizzontale.

La figura 14 rappresenta un cubo inclinato in due sensi, in guisa che la diagonale che lo attraversa dall'angolo B all'angolo G è a piombo. Questa situazione dà per proiezione sul piano orizzontale un esagono regolare $acbefg$, e sul piano verticale un rettangolo $Begc$ la cui diagonale Bg è a piombo: ma siccome l'effetto

della prospettiva cangia le dimensioni di questo cubo e delle sue proiezioni, le abbiamo rappresentate geometricamente nella figura 15.

Le figure 16 e 17 rappresentano una piramide ed un cono colle loro proiezioni sopra un piano orizzontale e sopra piani verticali.

La figura 18 indica una palla o sfera colle sue proiezioni sopra due piani uno verticale e l'altro orizzontale. Convien osservare che per la regolarità e perfezione di questo solido la sua proiezione sopra un piano è sempre un cerchio, ogni volta che il piano sia parallelo alla base circolare formata dal contatto delle tangenti.

CAPO SECONDO

SVILUPPO DEI SOLIDI A SUPERFICIE PIANE

ABBIAMO detto nel Capo precedente che i solidi si distinguono per le loro facce apparenti, e che in quelli a superficie piane queste facce si riuniscono per formare gli angoli solidi: abbiamo detto inoltre che occorre almeno tre angoli piani per formare un angolo solido; donde risulta che il più semplice di tutti i solidi è la piramide a base triangolare formata da quattro triangoli, tre dei quali si uniscono a formare l'angolo della sommità, figura 1, Tavola XXV.

Lo sviluppo di questo solido si fa col mettere attorno ai lati della base i triangoli di facce inclinate, figura 2: quest'assieme dà una figura composta di quattro triangoli che sono tutti simili nel caso di cui si tratta.

Se s'intaglia questa figura in carta o in altra materia flessibile, e dopo averla piegata sulle rette ab , bc , ac , che formano il triangolo della base, si alzano i tre triangoli all'intorno fino che si congiungano per formar l'angolo del vertice, presenteranno l'aspetto di una piramide solida.

Sviluppo dei poliedri regolari.

Quando la superficie di un solido ha quattro triangoli eguali ed equilateri è la più semplice dei cinque poliedri regolari, e si distingue sotto

nome di tetraedro, perchè ha quattro facce simili.

Gli altri sono l'esaedro o cubo, la cui superficie è composta di sei quadrati eguali;

L'ottaedro di otto triangoli equilateri;

Il dodecaedro di dodici pentagoni;

E l'icosaedro di venti triangoli equilateri.

Questi cinque poliedri sono rappresentati dalle figure 1, 3, 5, 7, 9, e il loro sviluppo dalle figure 2, 4, 6, 8 e 10.

Le superficie di questi sviluppi sono disposte in modo da poter riunirsi movendosi attorno le linee dalle quali sono congiunte, in guisa da riprodurre chiudendosi la figura del solido di cui fanno parte.

Convien osservare che il solo triangolo equilatero, il quadrato ed il pentagono possono formare dei poliedri regolari che abbiano gli angoli e i lati eguali; ma tagliando regolarmente gli angoli solidi di ognuno di tali poliedri se ne possono formar altri simmetricamente regolari, le cui facce saranno composte di due figure diverse. Così tagliando regolarmente gli angoli del tetraedro ne risulterà un poliedro ad otto facce, composto di quattro esagoni e di quattro triangoli equilateri.

La sezione degli angoli del cubo darà sei ottagoni riuniti da otto triangoli equilateri ed un poliedro a quattordici facce.

La stessa operazione fatta all'ottaedro produce pure quattordici facce, otto esagone e sei quadrate.

Il dodecaedro darà dodici decagoni riuniti da venti triangoli, in tutto 32 facce.

L'icosaedro darà pure dodici pentagoni riuniti da venti esagoni, e 32 facce.

Quest'ultimo in una certa posizione si avvicina talmente alla figura rotonda che a qualche distanza sembra sferico e può rotolare quasi come una palla.

Sviluppo delle piramidi e dei prismi.

Gli altri solidi a superficie piane, dei quali si è parlato nel Capo precedente, sono le piramidi ed i prismi che somigliano il tetraedro ed il cubo; le prime nell'avere le facce al disopra della base formate da triangoli che si uniscono per formare un solo angolo solido alla sommità della piramide; i secondi nell'avere le facce al disopra della base formate da rettangoli o parallelogrammi che conservano sempre fra loro una stessa distanza: ma ne differiscono in ciò che possono avere un poligono qualunque per base ed un'altezza indeterminata.

Questi solidi possono essere regolari od irregolari; avere il loro asse perpendicolare od inclinato; essere troncati parallelamente od obliquamente alla loro base.

Lo sviluppo di una piramide o di un prisma retto, la cui base ed altezza sono date, non presenta veruna difficoltà; l'operazione consiste nell'innalzare su ciascun lato di questa base un triangolo eguale all'altezza inclinata di ogni faccia, se è una piramide, figure 11 e 12, ed un rettangolo eguale all'altezza perpendicolare, se è un prisma.

Sviluppo di una piramide obliqua.

Ma quando si tratta di una piramide obliqua, come quella rappresentata dalla figura 13, ove la lunghezza dei lati di ciascun triangolo può essere espressa in iscorcio in una proiezione verticale od orizzontale; non si potrà ottenerlo realmente che mediante una terza operazione fondata su questo principio comune a tutte le proiezioni in generale, e soprattutto agli sviluppi, cioè: *che la lunghezza di una linea inclinata, proiettata in iscorcio sopra un piano, dipende dalla differenza dell'allontanamento perpendicolare di queste estremità a tal piano, il che dà in tutti i casi un triangolo rettangolo le cui proiezioni verticali ed orizzontali danno due lati: se si tira il terzo, che*

è l'ipotenusa, esso esprimerà la lunghezza reale della linea in iscorcio.

Per applicare questa regola alla piramide obliqua della figura 13, conviene indicare sul piano o proiezione orizzontale, Figura 14, la posizione del punto P, corrispondente alla sommità della piramide, e condurre da questo punto alla faccia CD che si trova dalla stessa parte una perpendicolare PG; quindi dal punto P come centro, descrivere gli archi di cerchio Bb, Cc, che trasporteranno sopra PG le proiezioni orizzontali degli spigoli inclinati AP, EP ed DP; e dopo aver innalzata la perpendicolare PS, eguale all'altezza della sommità P della piramide sopra il piano di proiezione, si condurranno le linee SA, Sb, Sc, che esprimeranno le lunghezze reali di tutti gli spigoli della piramide.

Si avranno poscia i triangoli formanti lo sviluppo di questa piramide descrivendo dal punto C col raggio Sc un arco ig, e dal punto D un altro arco che taglierà il primo in F: tirate le rette CF, DF, il triangolo CFD, sarà lo sviluppo appartenente al lato DC: per aver quello corrispondente al lato BC, si descriveranno dai punti F, C le sezioni coi raggi Sb e Bc che s'intersegheranno in B', e si condurranno BF, e CB': il triangolo FCB' sarà lo sviluppo della faccia che corrisponde al lato Bc.

Si avrà il triangolo FA'B' servendosi delle lunghezze SA e BA per descrivere le sezioni dei punti B' ed F che determinano questo triangolo corrispondente alla faccia AB, e finalmente i triangoli FDE' ed FE'A" delle facce DE, AE, servendosi delle lunghezze Sb, DE, ed SA, AE. Lo sviluppo totale AEDE'A'F, A'B', CBA essendo intagliato e piegato secondo le linee BFcf, CD, DF ed EF, formerà la piramide inclinata rappresentata dalla figura 13.

Se questa piramide è troncata da un piano mn parallelo alla base, si disegnerà sullo sviluppo il contorno risultante da questa sezione portando Pm da F in a, e conducendo le linee ab, bc, cd, de, ed ea" parallele ad A'B', B'C, CD, DE' ed E'A".

Ma se il piano della sezione è perpendicolare all'asse, come mo, si descriverà dal punto F un arco di cerchio con un raggio eguale a Po, nel quale si inscriverà il poligono ab" c" d" e" a". Il poligono oqmq'o è la pianta della sezione indicata dalla linea mo.

Sviluppo dei prismi retti ed obliqui.

In un prisma retto, le facce all'intorno essendo tutte perpendicolari alle basi che limita-

no il solido, ne risulta che il loro sviluppo è un rettangolo composto di tutte queste facce congiunte insieme e rinchiuso in due rette parallele eguali al contorno delle basi.

Quando un prisma è inclinato, le facce formano diversi angoli colle linee del perimetro delle loro basi, donde risulta uno sviluppo le cui estremità sono terminate da linee formanti parte dei poligoni.

Per avere il suo sviluppo conviene cominciare dal delineare il profilo parallelo di questo prisma, nel senso della sua inclinazione, figura 16.

Tirata la retta Cc che rappresenta l'asse inclinato del prisma in tutta la sua lunghezza, e le linee AD , bd per figurare le superficie che lo terminano, si descriverà sul mezzo dell'asse il poligono formante il piano di questo prisma perpendicolare all'asse, ed indicato dalle lettere h, i, k, l, m, n . Prolungati poscia i lati hl , hn , paralleli all'asse, fino all'incontro delle rette AD , bd , esse indicheranno i quattro spigoli del prisma corrispondenti agli angoli h, n, k, l ; e la linea Cc che si confonde coll'asse dinoterà i due spigoli i, m .

Conviene osservare che in questo profilo i lati del poligono h, i, k, l, m, n , danno la larghezza delle facce all'intorno, e le linee Ab , Cc , Dd la loro lunghezza. Questo profilo serve a fare la proiezione orizzontale, figura 15, nella quale i poligoni allungati rappresentano le basi del prisma.

Per delineare quindi lo sviluppo di questo prisma inclinato, in modo che essendo piegato possa rappresentarlo, converrà nel mezzo di Cc , figura 16, elevare una perpendicolare o, p, q , prolungata in l, l' , figura 17; su questa linea si porteranno le larghezze delle facce indicate dal poligono h, i, k, l, m, n , della figura 16, in l, k, i, h, n, m, l' , figura 17. Per questi punti si condurranno le parallele all'asse, sulle quali si porterà qD della figura 16, da l in E , da k in D , e da l' in E' , figura 17; pC della figura 16, da i in C e da m in F , figura 17; oA della figura 16, da h in B e da n in A , figura 17, il che darà il contorno dello sviluppo della parte superiore tirando le linee ED , DCB , BA , AFE' , figura 17.

Per avere il contorno della base si porterà qd della figura 16 da l in e , da k in d , e da l' in e' , figura 17; pc della figura 16 da i in e e da m in f , figura 17; finalmente ob della figura 16, da h in b e da n in a , figura 17; e si condurranno le linee ed , dcb , ba , ed afe' che termineranno questo contorno.

Si terminerà lo sviluppo facendo sulle facce

BA e ba dei poligoni allungati, simili a quelli $ABCDEF$ ed $abcdef$ della figura 15, e di eguale grandezza.

Sviluppo dei cilindri retti ed obliqui.

I cilindri possono essere considerati come prismi la cui base è formata da un poligono d'infiniti lati. Così, ottiensi graficamente lo sviluppo di un cilindro retto con un rettangolo della stessa altezza, avente per dimensione dell'altro lato la circonferenza del cerchio che gli serve di base, misurata con un numero più o meno grande di parti eguali.

Ma se il cilindro è obliquo, figura 1, Tavola XXVI, si farà il profilo nel senso della sua inclinazione, come si è indicato pel prisma. Dopo aver descritto sul mezzo dell'asse il cerchio o l'ellissi, che forma la sua grossezza perpendicolarmente all'asse, si dividerà la circonferenza in un numero di parti eguali incominciando dal diametro, per esempio in 12, e dai punti di divisione si condurranno le parallele all'asse, HA , bi , ck , dl , em , fn , e GO , che serviranno a fare la proiezione delle basi e lo sviluppo della superficie.

Per la proiezione delle basi sopra un piano orizzontale, converrà abbassare dai punti ove le parallele incontrano le linee della base HO , le perpendicolari indefinite, e dopo aver fatta la linea $H'O'$ parallela ad HO , portare su queste perpendicolari, al disopra e al disotto di questa parallela, la grandezza delle ordinate del cerchio o dell'ellissi disegnata sul mezzo dell'asse del cilindro; cioè p_1 , e p_{10} in $i'1$, ed $i'10$; q_2 , e q_9 in $k'2$ e $k'9$, ecc. Ond' evitare la ripetizione fastidiosa delle lettere e delle cifre che indicano le operazioni, si sono notate cogli stessi segni distinti da uno, due, tre apici, ecc. le parti che si corrispondono nel profilo, figura 1, nella pianta, figura 2, e nello sviluppo, figura 3.

Nella figura 3, la linea $E'E'$ è lo sviluppo approssimativo della circonferenza del cerchio dato dalla sezione DE perpendicolare all'asse del cilindro, divisa in 12 parti eguali, figura 1. Perciò si sono portate su questa linea, da una parte e dall'altra del punto D , sei delle divisioni del cerchio, e per questi punti si sono condotte altrettante parallele indefinite alle linee tirate sul cilindro, figura 1; quindi considerando il punto D' come corrispondente al punto D , si è determinata la lunghezza di queste linee, portando su ciascuna di esse le loro dimensioni relative, misurate da DG in AG per la base

superiore del cilindro, e da DE in HO per la inferiore.

Relativamente alle superficie ellittiche che terminano questo solido, ciò che abbiamo detto sulla maniera di descrivere questa curva col mezzo delle ordinate, ci dispensa dal dar qui qualche spiegazione sul soggetto.

Sviluppo dei coni retti ed obliqui.

Le stesse ragioni che ci hanno fatto paragonare i cilindri ai prismi possono farci considerare i coni come piramidi. Nelle piramidi rette, a basi regolari e simmetriche, conviene osservare che le linee o spigoli dalla sommità alla base sono tutti eguali, e che essendo pure eguali ai lati del poligono che gli serve di base, il loro sviluppo sarà composto di triangoli isosceli simili, i quali essendo riuniti come si vede nella figura 12 della Tavola XXV, formeranno una parte di poligono regolare inscritto in un cerchio, i cui lati inclinati saranno i raggi. Così, considerando la base del cono A'B', figura 4, Tavola XXVI, come un poligono regolare d'infiniti lati, il suo sviluppo diverrà un settore di cerchio A'' B'' B''' C'', figura 6, il cui raggio è eguale al lato A' C' del cono, e l'arco eguale alla circonferenza del cerchio che gli serve di base.

Su questo sviluppo si possono delineare le curve che risulterebbero dal cono tagliato secondo le linee DI, EF, GH, cioè la parabola, l'iperbola, e l'ellissi. Perciò dividerassi la circonferenza della base del cono in parti eguali, e da ciascun punto si tireranno linee al centro C rappresentante in questo caso il vertice del cono. Trasportate, col mezzo delle parallele ad FF', le divisioni della semicirconferenza AFB della pianta, sulla linea A'B' formante la base della proiezione verticale del cono, Figura 4, ai punti 1' 2' F' 3' e 4' i quali, a cagione della uniforme curvatura del cerchio, rappresenteranno pure le divisioni indicate sul piano da 8, 7, F'', 6 e 5; dalla sommità C' del cono in elevazione si condurranno le linee C' 1' C' 2' C' F' C' 3' C' 4', che taglieranno i piani DI, EF, GH dell'ellissi, della parabola e dell'iperbola: con tali intersezioni sarà facile figurare sopra il piano, la prima con D'p'l'p'', la seconda con FEF'; la terza con H'GH'.

Per avere i punti della circonferenza dell'ellissi sullo sviluppo, figura 6, dai punti n, o, p, q, r, della linea DI, figura 4, si condurranno le parallele alla base per portare la loro altezza sul lato C'B' ai punti 1, 2, 3, 4 e 5. Quindi si porterà C'D sullo sviluppo in C''D'',

e C' 1, C' 2, C' 3, C' 4, C' 5, al disopra del punto in D'', in C''n'', C''o'', C''p'', C''q'', C''r'', ed al disotto nello stesso ordine, C''n'', C''o'', C''p'', C''q'', C''r'', e C'I da C'' in I'' ed I'''. La curva che si farà passare per tutti questi punti sarà lo sviluppo della circonferenza dell'ellissi indicata nella figura 4, colla linea retta DI che è il suo asse maggiore.

Per la parabola, figura 8, si condurrà sul lato C'A' della figura 4, bg, ed ah: dipoi si porterà C'E sullo sviluppo in C''E''; C'g da C'' in b'', e b'', C'h da C'' in a'' ed a''; e pei punti F'', a'', b'', E'', b'', a'', F'', si descriverà una curva che sarà lo sviluppo di questa parabola, indicata nella figura 4 colla linea EF.

Per l'iperbola, dopo aver condotte dai punti m ed i le parallele me, if, si porterà C'G da C'' in G'' e da C'' in G''' dello sviluppo, C'e da C'' in m'' ed m'', C'f da C'' in i'' ed i'', e dopo aver portato 3H' e 6H'' del piano sulla circonferenza dello sviluppo da 3 in H'' e da 6 in H'', si descriveranno col mezzo dei punti H'', i'', m'', G'', ed H'', i'', m'', G'', due curve, ciascuna delle quali sarà lo sviluppo della metà dell'iperbola, rappresentata dalle rette GH ed H'H'' delle figure 4 e 5, e dalla figura 7.

Le operazioni per lo sviluppo del cono obliquo indicate dalle figure 9, 10, 11, 12 differiscono dalle precedenti, 1.° per la posizione del vertice C sulla pianta, figura 10, determinata da una perpendicolare abbassata dal vertice della figura 9; 2.° che per essere la linea DI di questa figura parallela alla base, dà in pianta un cerchio invece di un'ellissi; 3.° che per trovare l'allungamento delle rette tirate dalla sommità di questo cono alla circonferenza della sua base divisa in parti eguali, si è fatta la figura 11 per metterle insieme, ond' evitare la confusione, essendo queste linee tutte di grandezze diverse a cagione dell'obliquità del cono. In questa figura, la linea CC' indica l'altezza perpendicolare della sommità del cono al disopra della pianta; in guisa, che portando da ciascun lato le proiezioni di queste linee prese sul piano, dal punto C alla circonferenza, si avrà CA'', C1, C2, CF'', C3, C4, CB', da una parte, e CA', C8, C7, CF', C6, C5, e CB'' dall'altra: quindi dalla sommità C tirate delle linee a tutti i punti daranno nella loro grandezza reale gli spigoli della piramide inscritta, i quali serviranno per fare lo sviluppo, figura 12.

Avevamo fissato un punto C'' per rappresentare il vertice, si tirerà per questo punto, una linea

eguale a CA'' della figura 11; quindi con una delle divisioni della base presa sul piano, come A_1 , si descriverà dal punto A dello sviluppo una sezione; prendendo quindi C_1 sulla figura 11, si descriverà dal punto C'' un'altra sezione che intersecando la prima determinerà il punto 1 dello sviluppo. Si continuerà ad operare del pari colla grandezza costante A_1 e colle diverse lunghezze C_2 , CF'' , C_3 , ecc. prese sulla figura 11, e portate C''_2 , $C''F'$, C''_3 , ecc. dello sviluppo, per avere i punti necessari onde descrivere la curva $B''AB'''$, rappresentante il perimetro della base obliqua del cono.

Si avrà lo sviluppo del cerchio indicato dalla linea DI della figura 9, parallela a quella della base AB , tirando un'altra linea $I'D'D''I'$, figura 11, alla stessa distanza dalla sommità C , che taglierà tutte le linee oblique che hanno servito allo sviluppo precedente, e si porterà, da una parte, CD'' , C_n , C_o , C_p , C_q , C_r , CI'' , sulla figura 12, da C'' in D'' , n'' , o'' , p'' , q'' , r'' e dall'altra, da C'' in n'' , o'' , p'' , q'' , r'' , ed I'' sulla figura 12: la curva che si farà passare per tutti questi punti sarà lo sviluppo del cerchio.

Per delineare sullo sviluppo la parabola e l'iperbola indicate dalle linee EF , GH della figura 9, si tireranno dai punti Eba , Gmi , le parallele alla base AB , che portate sulla figura 11, faranno conoscere sulle linee corrispondenti la distanza reale di questi punti alla sommità C , che porterassi sulla figura 12, da C'' in E'' , b'' , a'' , e b'' ed a'' per la parabola; e da C'' in G'' , m'' , i'' da una parte e G'' , m'' , i'' per l'iperbola. L'una e l'altra sono rappresentate dalle figure 13 e 14.

Sviluppo dei solidi di superficie a doppia curvatura.

Lo sviluppo della sfera e degli altri corpi di superficie a doppia curvatura, sarebbe impossibile se non si supponessero composti di un gran numero di piccole facce piane o a semplice curvatura, come il cilindro od il cono. Così una sfera od uno sferoide possono essere considerati, 1.° come un poliedro terminato da un gran numero di facce piane formate da piramidi tronche, la base delle quali sia poligona, come la figura 15.

2.° Con parti di coni tronchi formanti tante zone come lo indica la figura 16.

3.° Con parti di cilindri tagliati ad unghie formanti coste piane che diminuiscono di larghezza, indicate dalla figura 17.

Riducendo la sfera o lo sferoide in poliedro

a facce piane si può farne lo sviluppo in due maniere differenti, solo pel modo di collocare le facce sviluppate.

La maniera più semplice di dividere la sfera, per ridurla in poliedro, è quella dei cerchi paralleli tagliati da altri perpendicolari che s'intersecano in due punti opposti come nei globi geografici. Se invece del cerchio si suppongono poligoni di uno stesso numero di lati, ne risulterà un poliedro simile a quello rappresentato dalla figura 15, la cui metà ADB indica l'elevazione geometrica ed AEB la pianta.

Per averne lo sviluppo, si prolungheranno i lati A_1 , 1_2 , 2_3 , fino all'incontro dell'asse prolungato CP per avere i vertici P , q , r , D delle piramidi tronche che formeranno il semi-poliedro ADA ; quindi dai punti P , q , r e coi raggi PA , P_1 ; q_1 , q_2 ; r_2 , r_3 e D_3 , descrivere gli archi indefiniti AB' , $1b'$; $1b''$, $2f'$; $2f''$, $3g'$ e $3g$, sui quali dopo aver portate le divisioni dei semi-poligoni AEB , $1e6''$, $2e' 5'' 3e'' 4''$, si condurranno le linee P , q , r , D , da tutti i punti portati, come A , $4'$, $5'$, $6'$, $7'$, $8'$, $9'$, B' per ogni piramide tronca, ed altre linee che formeranno in ciascuno degli archi AB' , $1b'$, $1b''$, ecc. dei poligoni inscritti. Queste linee rappresenteranno, per ogni zona, le facce delle piramidi tronche di cui fanno parte.

Si può fare lo stesso sviluppo innalzando sulla metà di ogni lato del poligono AEB delle perpendicolari indefinite sulle quali si porterà l'altezza delle facce dell'alzata in 1 , 2 , 3 , d ; per questi punti si condurranno le parallele alle basi, sulle quali si porteranno le larghezze di ciascuna di queste facce prese sulla pianta, e si formeranno trapezi o triangoli simili a quelli trovati nel primo sviluppo, ma disposti in altra maniera. Quest'ultimo sviluppo, che si chiama in fusi, è quello di cui si fa uso pei globi geografici; l'altro è più conveniente per gli spigoli delle volte sferiche.

Lo sviluppo della sfera ridotta in zone coniche, figura 16, si fa cogli stessi metodi di quello ridotto in piramidi tronche; non differisce se non in quanto lo sviluppo degli spigoli AB , $1b$, $2f$, $3g$ sono archi di cerchio descritti dalle sommità dei coni invece d'esserlo dei poligoni.

Lo sviluppo della sfera, ridotta in parti di cilindro tagliate ad unghie, figura 17, si fa colla seconda maniera; ma invece di unire con linee i punti 6 , h , i , k , d , figura 15, si riuniscono con una curva. Quest'ultimo metodo troverà la sua applicazione nel disegnare gli sviluppi de' cassettoni nelle volte sferiche o sferoidali.

CAPO TERZO

DEGLI ANGOLI DEI PIANI, O SUPERFICIE TERMINANTI I SOLIDI.

RAPPORTO alla formazione dei solidi, si considerano, come già si è detto, tre specie d'angoli, cioè: gli angoli piani, gli angoli solidi e gli angoli dei piani. Si è parlato delle due prime specie nei Capi precedenti, ora ci rimane a ragionar della terza che non bisogna confondere cogli angoli piani: discorrendo di questi ultimi, abbiain fatto conoscere esser formati dalle linee o spigoli terminanti le facce di un solido; ma gli angoli dei piani di cui si tratta sono quelli prodotti dall'incontro di due superficie che costituiscono uno spigolo.

L'inclinazione relativa dei due piani o superficie ALDE, ALCB, che s'incontrano, ha per misura l'angolo fatto da due perpendicolari FG, FH, elevate su ciascuno di questi piani da uno stesso punto F della linea AL, o spigolo formato dalla loro unione, figura 18, Tavola XXV.

Convien osservare che quest'angolo è il maggiore di tutti quelli formati da linee condotte dal punto F sopra questi due piani; perchè le linee FG, FH essendo perpendicolari ad AL comune a questi due piani, saranno le più brevi che si possano condurre dal punto F ai lati ED, BC, che supponiamo paralleli ad AL; così la loro distanza GH, sarà dovunque la stessa, mentre le linee FI, FK saranno tanto più lunghe quanto più si allontaneranno dalle perpendicolari FG, FH; e sarà sempre KI eguale a GH, o per conseguenza l'angolo IFK tanto più piccolo di GFH, quanto ne sarà più allontanato.

In guisa, che dopo aver piegata una superficie rettangolare, perpendicolarmente ad uno de' suoi lati, e in modo che i contorni delle parti separate dalla piegatura cadano esattamente l'uno sull'altro; se si alza una di esse faccenda muovere attorno la piegatura, formando ogni specie d'angoli si vedrà che ciascuna estremità laterale della parte mobile si trova sempre in un piano perpendicolare a quelle della parte che resta fissa.

Questa proprietà delle linee che si muovono in un piano perpendicolare, fornisce un mezzo semplice e facile per trovare gli angoli dei piani in ogni specie di solidi, conoscendo le proiezioni verticali ed orizzontali o il loro sviluppo.

Così per trovare gli angoli formati da due superficie del tetraedro o piramide a base trian-

golare, figura 1 della stessa tavola, converrà, 1.^o per gli angoli della base cogli spigoli, abbassare dagli angoli ABC le perpendicolari ai lati *ae*, *eb*, ed *ab*, che s'incontreranno al centro della base in D. Egli è evidente, per quello si è detto a tale riguardo, che se si fanno muovere i tre triangoli, i loro angoli al vertice, A, B, C non usciranno dai piani verticali indicati dalle linee AD, DB, DC e che s'incontreranno all'estremità della verticale passante per l'intersezione di questi piani nel punto D; così si avrà per ciascun lato un triangolo rettangolo di cui si conoscono due lati; cioè pel lato *eb*, l'ipotenusa *ed* e il lato *ed*: quindi elevando dal punto D una perpendicolare indefinita, se dal punto *e* col raggio *eb* si fa una sezione che taglia la perpendicolare in *d'*, e si tira la linea *de*, l'angolo *deD* sarà quello che si cerca e sarà lo stesso per tre lati, se il poliedro è regolare; ma se è irregolare si farà la stessa operazione per ciascheduno.

Si possono aver questi angoli con maggiore esattezza prendendo *de* o il suo eguale *eb* per seno totale, o facendo l'analogia *de* : *ed* :: il seno totale a seno $19^{\circ} 28'$, il cui complemento $70^{\circ} 32'$, sarà l'angolo cercato, supponendo regolare il poliedro. In questo caso tutti i lati essendo eguali e potendo esser presi per base daranno gli angoli da pertutto eguali.

Rapporto al cubo, figure 3 e 4, le cui facce sono composte di quadrati eguali e i cui angoli sono retti, è evidente che debbono produrre alla loro unione angoli dello stesso genere.

Per aver l'angolo formato dalle facce dell'ottaedro, figura 5, converrà dai punti C e D con una grandezza eguale alla perpendicolare AE abbassata sulla base di uno dei triangoli del suo sviluppo, figura 6, descrivere le sezioni che s'intersecano in F; l'angolo CFD sarà eguale a quello che le facce di questo poliedro compongono, e che col calcolo trigonometrico troverassi di $70^{\circ} 32'$, come il precedente.

Nel dodecaedro, figura 7, si troverà l'angolo formato dalle facce tirando sulla sua proiezione la retta DA, e prolungando il lato da B in E, determinato da una sezione fatta dal punto D con un raggio eguale a BA, che darà l'angolo cercato EDF di 108° .

Per l' icosaedro , figura 9 , si condurranno le parallele Aa , Bb , Cc e dopo aver fatto bc parallela ed eguale a BC , con raggio eguale a questa linea si farà una sezione che segnerà la parallela condotta dal punto A in a ; l'angolo abc sarà eguale a quello formato dai lati del poligono , che il calcolo trigonometrico dà di 108° come nel dodecaedro.

Per la piramide a base quadrata, figura 11, l'angolo di ciascuna faccia colla base è eguale a PAB o PBA , perocchè questa figura che rappresenta la sua proiezione verticale, è in un piano parallelo a quello in cui si trovano le perpendicolari abbassate dal vertice sulle facce laterali della base.

Per aver gli angoli che compongono fra loro le facce inclinate , si tirerà sul suo sviluppo , figura 12 , la retta ED , la quale a causa dei triangoli isosceli eguali PEC , PCD , si troverà perpendicolare alla retta PC rappresentante uno degli spigoli che formano nel riunirsi. Quindi dal punto D , con un raggio eguale a DF , si descriverà un arco che verrà tagliato da un altro arco descritto dal punto C con un raggio eguale alla diagonale AD del quadrato rappresentante il quadrato della base ; l'angolo FDG sarà l'angolo cercato che si suppone preso secondo la linea BC descritta sulla figura 11.

Per aver gli angoli che formano le facce della piramide obliqua , figura 13 , si condurrà da un punto qualunque q dell'asse, una perpendicolare mq , che indica la base o, q, m, q, o' , di una piramide retta mpo , il cui sviluppo è espresso sulla figura 14 dalla porzione del poligono $a, b'', c'', d', e'', a', F$.

Col mezzo di questa base e di questa parte di sviluppo , operando come lo abbiamo spiegato per la piramide rappresentata dalla figura 11 , si troveranno gli angoli formati dall'incontro delle facce che differiranno pochissimo da quelli del picciolo poligono o, q, m, q, o' .

Quanto agli angoli formati dalle facce inclinate colla base , quello della faccia corrispondente al lato Dc della base è espresso coll'angolo ADP della proiezione verticale, figura 13.

Per le altre facce , per esempio, quella che corrisponde al lato AE della base , figura 14, le si condurrà per un punto qualunque g una perpendicolare gf fino all'incontro della linea AF indicante la proiezione di uno dei lati della faccia inclinata ; sullo sviluppo di questa faccia

espresso in $A''EF$, si eleverà ad una stessa distanza dal punto E' , un'altra perpendicolare $g'm'$ che darà l'allungamento della linea indicata sulla base da Af ; se si porta $A''m'$ dello sviluppo sopra Am , che esprime l'inclinazione dello spigolo rappresentata da questa linea, si avrà l'altezza perpendicolare mf del punto m' al di sopra della base, che si porterà in fm'' sopra una perpendicolare a gf ; così si conosceranno i due lati di un triangolo la cui ipotenusa gm'' darà l'angolo $m''gf$ che si doveva trovare.

Nel prisma obliquo, figura 16 , gli angoli delle facce all'intorno sono indicati dal piano della sezione perpendicolare all'asse rappresentato dal poligono h, i, k, l, m, n .

Quelli dei lati perpendicolari al piano d'inclinazione dell'asse sono espressi dagli angoli Ddb , Abd del profilo , figura 16.

Per avere gli angoli formati cogli altri lati, per esempio $CdDd$, e $CcAb$, si tireranno le perpendicolari cs , bt , le cui proiezioni nel piano sono indicate da $s''c''$ e $b''t'$; quindi sopra fc , tirata da parte, si eleverà una perpendicolare $o''c''$ eguale a cs del profilo, figura 16; pel punto c'' si condurrà una parallela ad fc , sulla quale avendo portato $c's'$ della proiezione in pianta, figura 15, si tirerà l'ipotenusa $s''c''$ che darà l'angolo $s''c''f$ formato dalla faccia $CdDd$ colla base inferiore.

Per l'angolo della faccia $CcAb$, si eleverà sopra Fb'' , tirata da parte, una perpendicolare $b''t''$ eguale a bt , figura 16, e dopo aver condotta come qui sopra una parallela ad Fb'' pel punto t'' , si porterà $b''t'$ della figura 15 in $t''t''$, e si tirerà $t''b''$ che darà l'angolo $t''b''F$ che si cerca.

Siccome le basi di questo prisma sono parallele , queste facce formano gli stessi angoli colla base superiore.

La conoscenza degli angoli dei piani è di una grande utilità nel taglio delle pietre. Si consiglia a coloro che vogliono fare rapidi progressi in questa parte essenziale dell'Arte di Edificare , di studiare il modo di trovar gli angoli e gli sviluppi di certi corpi irregolari di una certa grandezza, e se sono istruiti nelle matematiche, di applicarvi il calcolo trigonometrico. Con ciò solamente si tratta di trovare la proiezione ed il profilo di una sezione perpendicolare a due piani che si riuniscono.

SEZIONE TERZA

COSTRUZIONE ED APPARECCHIO DELLE VOLTE PIANE.

Nozioni preliminari sull'apparecchio e sulla costruzione delle volte.

Le volte sono costruzioni in pietre immaginate dall'arte per supplire ai soffitti ed alle coperture in legno, onde rendere gli edifici più durevoli e guarentirli dagli incendi. La costruzione delle volte è la parte più difficile nell'arte di edificare. Sembra che queste costruzioni sieno state usate gran tempo dopo che si è saputo tagliar le pietre pei muri, piedritti ed anche per le colonne.

Colla parola *volta* s'intende una costruzione composta di molte pietre di taglio, pietrami, mattoni od altre materie modellate, disposte o riunite in modo da sostenersi per coprire uno spazio: però i soffitti formati di grandi pietre che poggiano su muri o punti di appoggio opposti, come quelli dei quali parlerassi nel seguente Capo, non sono volte, perchè sono di una pietra sola e non esigono arte veruna per sostenersi; basta per questo aver pietre di sufficiente grandezza e consistenza per non essere soggette a rompersi nella loro estensione.

Con pietre di piccola grandezza si può coprire lo spazio fra i muri e i piedritti, dando ad esse una disposizione particolare: così due pietre inclinate in senso contrario, come quelle della figura 3, Tavola XXVII, si sosterranno reciprocamente senza appoggio nel mezzo, se la resistenza dei piedritti è forte abbastanza per impedire che si allontanino (1).

L'esperienza prova che quanto meno è elevato l'angolo in rapporto alla sua base, tanto maggiore è lo sforzo, a peso eguale; in guisa che sarebbe il massimo possibile per due pietre orizzontali, Figura 1, che si toccassero nel mezzo del vano per esse coperto.

Nondimeno si deve osservare che questo sforzo può essere diminuito dalla grandezza della parte di queste pietre poggianti sui muri o piedritti, o dal peso che vi si può aggiugnere; mentre è evidente che se la portata delle pietre fosse eguale alla loro parte in aggetto esse si sosterebbero in equilibrio sul proprio piedritto senza soccorso di nessun altro sforzo. Lo stesso effetto può accadere benchè la portata sia molto minore della parte in aggetto, purchè questa portata unita al peso da cui può essere aggravata, sia eguale allo sforzo della parte stessa.

Se invece di due pietre orizzontali se ne suppongono molte, si potrà coprire un vano considerabile, come si vede nella figura 2, con pietre spinte in fuori che avrebbero il vantaggio di sostenersi senza spinta; ma esse non presentano una forma da essere adottata a cagione degli angoli sporgenti e rientranti formati dalle pietre; e se mai si volesse sopprimerli per formare superficie piane o curve come si vede indicato dalle linee punteggiate, si avrebbero angoli acuti di poca solidità. Questo genere di costruzione potrebbe essere praticato per lavori di poca importanza ne quali si voglia affettare la maggior semplicità, come l'ho veduto impiegato in un sepolcro antico formante tutto all'intorno internamente quattro ordini di pietre aggettate di circa pollici 15, e terminato nel mezzo da un soffitto quadrato di cinque piedi; in guisa che i muri hanno quindici piedi in tutti i sensi (2).

Se invece delle pietre collocate in piano, si costruisce un poligono come lo indica la figura 4, disponendo le commessure in modo da pro-

(1) Gli Egizi hanno molte volte adoperato simile disposizione per coprire le camere sepolcrali praticate nelle mase di quasi tutti i loro sepolcri, come si vede nella camera inferiore della più gran piramide: così anche per servire d'impostatura alle pietre formanti gli architravi delle aperture praticate nei massicci, come se ne vede l'esempio nell'ingresso di questo stesso monumento.

(2) A Val di Noto in Sicilia si vede una cisterna antica coperta in pietre con un metodo quasi simile. Se ne trova la figura nell'opera intitolata: *Views of the Ottoman dominions in Europa, in Asia, and the Mediterranean Islands*, pubblicata a Londra nel 1810.

M. W. Gell, architetto inglese, nel suo *Itinerary of Greece*, pubblicato a Londra nel 1810, dà il disegno di un monumento sotterraneo che si crede essere il to-

durre gli angoli eguali, questa forma meno spiacevole della precedente, è forse il primo passo fatto per giugnere alla costruzione delle volte.

Si può scorgere in fatti che combinando il peso della parte di mezzo BC, in modo da contrabbilanciare l'azione delle parti inferiori AB, CD, bisognevoli di essere sostenute con uno sforzo contrario, deve risultarne una combinazione tale che le parti si sosterranno reciprocamente. Ma questa forma che ho pure trovata nelle costruzioni antiche non presenta ancora l'uniformità e la regolarità che si cerca in queste specie di costruzioni e che come in seguito faremo osservare, contribuiscono alla loro solidità più di quel che si vuol credere. Si procurò di fare sparire gli angoli di queste facce dei poligoni con una linea curva; e probabilmente la prima adoperata fu la circolare, come la più semplice e la più facile ad imitare. Altronde si era già pervenuto non solo a descrivere, ma anche ad eseguire le superficie concave e convesse secondo questa curva, in uno o più pezzi per formar colonne, pozzi, e torri di difesa alle città, l'uso delle quali opere pare aver preceduto la costruzione delle volte.

Per formare le volte si trattava solamente di situare verticalmente le pietre collocate orizzontalmente nella costruzione delle torri e dei pozzi; ma questo passaggio tanto semplice non si fece forse così tosto come si pensa, perchè nel primo caso, le pietre sono sostenute sui loro letti per tutta la estensione di essi, mentre in una volta di curvatura semicircolare, figura 5, pare che le due prime soltanto vi poggino, e tutte le altre che debbono avere la forma di cuneo possono sostenersi per le loro commessure, le quali, per essere più o meno oblique, debbono formare colla superficie curva della volta angoli retti ed eguali onde procurare ad ogni pietra una resistenza eguale, ed inoltre una spe-

cie di reazione regolare degli sforzi di una pietra coll'altra, a contare quella che forma la chiave fino a quelle che poggiano sui piedritti.

Le volte in pietra di taglio eseguite dagli antichi sono quasi tutte a tutto sesto, e la maggior parte di grossezza uniforme, cioè comprese fra due circonferenze di cerchio concentriche, come quelle rappresentate dalle figure 5 e 6.

Le sperienze ed i principi matematici, de' quali si fa conoscere l'applicazione nel Libro nono, provano, 1.° che una volta a tutto sesto, di grossezza eguale in tutta la sua estensione, come quella rappresentata dalla figura 6 della tavola XXVII, composta di quattro peducci disuniti, non può sostenersi qualunque sia la resistenza dei piedritti, se la sua grossezza è minore della diciassettesima parte del suo diametro.

2.° Che in quelle divise in numero dispari ed inegualmente, più la chiave è grande, meno è la loro spinta (1); in guisa che si ha il caso della spinta maggiore quando nel mezzo si trova una commessura invece di chiave, come nelle volte divise in numero pari.

3.° Che quando nella spessorezza di una semivolta esternamente piana e di grossezza eguale si può tirare una retta AB dal suo punto d'appoggio esterno al mezzo dell'estradosso della chiave, Figura 5, non succede rottura sul mezzo dei reni, se i piedritti hanno la stessa spessorezza della volta al basso.

4.° Che quando la spessorezza di una volta va aumentando, come nella figura 8, la può essere allo a piombo della chiave cinque volte minore, val dire che può avere soltanto un ottantesimo di diametro (2).

5.° Che la spinta non aumenta in ragione della spessorezza delle volte, in modo che a condizioni eguali altronde, una volta di doppia spessorezza non ha una spinta doppia.

6.° Che le volte acute spingono meno di quelle

soro di Atreo, e che consiste in una volta acuta formata da una trentina di grossi filari in pietra di taglio, posate orizzontalmente in aggetto le une sulle altre sopra una pianta circolare; e seguendo nell'altezza il profilo di una curvatura acuta secondo la quale sportano tutti i filari. Questa specie di grotta ha 47 piedi di diametro.

Si sa che la galleria inclinata che conduce alla camera superiore della gran piramide d'Egitto offre la stessa disposizione nella costruzione dei muri laterali. La mancanza di ogni precauzione analoga nel soffitto di questa ultima stanza ci aveva fatto supporre, prima di conoscere i lavori degli artisti della Commissione dell'Egitto, che potesse esistere, sopra le pietre formanti il cielo del soffitto, un vuoto qualunque fra esse e la massa del monumento. Questa congettura si trova in parte resa reale, ma invece degli sporti indica i nella nostra figura

si è incontrato un altro soffitto, come si vede nelle figure 5 e 6 della Tavola XXVIII.

(1) Questa condizione che pare essersi fatta conoscere soltanto dai principi e dalla esperienza, fu consigliata a Serlio dal buon gusto, e questi la osserva fedelmente nelle varie figure di archi e di porte nelle quali l'apparecchio rappresenta la più gran parte. (Vedi il Libro Quarto et libro straordinario della sua Architettura.

(2) La gran volta del portico di Santa Genoveffa, di 58 piedi di diametro, ha 8 pollici di grossezza in mezzo alla chiave, val dire la novantesima parte del diametro; ma essa è doppia nel sito ove si stacca dal nudo interno dei piedritti. La curvatura di questa volta è ellittica e schiacciata di più di un terzo, essendo l'altezza della curva nel mezzo di piedi 18, 1 pollice e 4 linee.

a tutto sesto dello stesso diametro, della stessa forma di estradosso ed egualmente divise: in guisa che le volte circolari a tutto sesto stanno in mezzo fra le volte che non avessero spinta, e le volte piane la cui spinta sarebbe infinita se le pietre di cui sono fatte potessero strisciare liberamente le une sulle altre, e se le commesure fossero perpendicolari alla loro superficie inferiore come nelle altre volte.

Le superficie delle volte piane sono tutte simili; ma quelle che sono curve possono variare all'infinito in ragione della loro curvatura e del modo seguito per disegnare la loro superficie: giacchè tal curvatura può continuarsi secondo una retta o secondo una curva o girare sul proprio asse. Così una semicirconferenza di cerchio che si muove fra due linee parallele produce una superficie curva nel senso della larghezza, e retta in quello della lunghezza. Questa superficie che rappresenta quella di una volta fra due muri paralleli, è chiamata volta cilindrica o a botte. Se questa semicirconferenza invece di muoversi fra due linee si movesse fra due curve equidistanti, o intorno al proprio asse, ne risulterebbe nei due casi una superficie curva in tutti i sensi.

È chiaro che invece di una semicirconferenza di cerchio si può prendere una curva qualunque che possa coincidere coi piedritti verticali, come un'ellissi od imitazione d'ellissi, Tavola XXVII, figure dalla 9 alla 14.

Questa curva, come si è detto più sopra, può formare una volta acuta o schiacciata, val dire che abbia l'altezza di curvatura più grande o più piccola della metà della sua larghezza; la specie di volta formata da una semicirconferenza di cerchio paragonata a quelle formate da una semi-ellissi è chiamata a tutto sesto.

Quando i piedritti che debbono sostenere le volte non sono a piombo, o quando non vi sia inconveniente se la curvatura di una volta fa un angolo coi suoi piedritti, oltre il cerchio e l'ellissi, si può far uso d'infinita altre curve come la parabola, l'iperbola, la catenaria; ma qualunque di queste si adotta conviene sempre, come si è insegnato parlando di esse, che le pietre, le quali nelle volte a superficie curva chiamansi peducci, abbiano le loro commesure perpendicolari alla curvatura della volta.

La direzione di queste volte può essere perpendicolare od obliqua ai muri o piedritti; possono esse avere le origini a livello od inclinate; il che produce nelle volte semplici molte varietà: possono inoltre essere irregolari, incompiute o composte di parti diverse, combinate in infinite maniere suscettibili di maggiori

o minori difficoltà. Sarebbe impossibile accennare tutte queste varietà; ma si spiegheranno i principi sui quali sono fondate tutte le operazioni e gli sviluppi che possono risultare da ogni caso possibile.

Le diverse specie di volte a superficie curva si possono ridurre a tre principali quali sono le volte cilindriche o a botte, le volte coniche, le volte sferiche, sferoidiche e conoidali.

La superficie delle due prime specie di volte può essere supposta formata da linee rette, passando da una curva ad un'altra o da un punto ad una curva.

Ma la terza può essere formata solamente da curve dello stesso genere situate le une sulle altre, e diminuenti in un rapporto determinato secondo altre curve che s'intersecano sull'asse; o anche con una curva qualunque che movendosi attorno il proprio asse formerebbe una superficie composta di tanti cerchi quanti sono i punti della curva.

Nelle volte a botte sostenute da due muri opposti, gli ordini dei peducci debbono esser sempre paralleli all'asse, figure 1 e 2 Tavola XXXII, qualunque sia la curvatura della volta e la sua situazione. Così le volte a botte oblique od inclinate debbono avere i loro ordini di peducci situati nella stessa direzione.

Nelle volte coniche gli ordini debbono esser diretti alla punta del cono, sia che esse facciano parte di un cono intero, o di un cono tronco. Si osserva nel primo caso, per evitare la troppa magrezza dei peducci, di formare la punta o mensolone con una sola pietra segnata *a*, figure 3 e 4.

Quando una volta conica ha una grandezza capace di rendere i peducci inferiori troppo sottili e vicini all'angolo, è utile dividere la sua lunghezza in più parti, in guisa che se la maggiore circonferenza è divisa in otto peducci, figura 5, e che la lunghezza della volta sia divisa in quattro parti dal davanti fino all'angolo dell'origine, la seconda potrà essere divisa in cinque peducci, la terza in tre e la quarta, formante il mensolone, di una sola pietra.

È necessario che questi tagli sieno compresi fra le superficie perpendicolari a quelle del cono e che il primo tolga tutta l'irregolarità, se se ne trova, sulla faccia apparente.

Conviene osservare che questa disposizione la quale sarebbe viziosa per una volta cilindrica orizzontale, non offre lo stesso difetto per una volta conica a causa dell'obliquità della sua superficie, onde ciascun taglio essendo posato sopra un piano inclinato, si trova in parte so-

stenuto da esso e non può giammai disunirsene.

Risulta dalla definizione per noi data delle volte della terza specie, la quale è più analoga alla loro costruzione, che esse debbono essere composte di ordini orizzontali formanti tante corone concentriche posate le une sopra le altre, come si vede nelle figure 7, 8, 9 e 10. Gli ordini dei peducci formanti in pianta quadrati inscritti, rappresentati nelle figure 11 e 12, e quelli composti di triangoli equilateri, di pentagoni o di esagoni che si trovano in alcuni autori che hanno trattato del taglio delle pietre, presentano più difficoltà che solidità. Altronde questa disposizione non produce una unione così solida come i peducci disposti in ordini orizzontali.

Ciò che si è detto delle volte sferiche o sferoidali intere, deve applicarsi alle parti delle stesse volte inscritte nei quadrati, figure 13 e 14, od in poligoni qualunque.

Quanto alle volte composte formate dalla riunione di molte parti di volte semplici, conviene che gli ordini dei peducci sieno in ciascheduna disposti come sarebbero nelle volte da cui provengono. Così nelle volte a crociera, figure 15, 16, 17 e 18 e in quelle a schifo, figure 19, 20, 21, e 22, composte di parti di volte cilindriche i cui assi s'incrocicchiano al centro, gli ordini dei peducci debbono essere paralleli a questi assi.

È da osservarsi che le volte a crociera ed a schifo, figure 15, 17, 19 e 21, sono composte di parti triangolari segnate A, B, C, sui piani di proiezione, figure 16, 18, 20, 22; che queste parti nelle volte a crociera hanno per appoggi gli angoli A, B, mentre nelle volte a schifo queste parti sono sostenute sul loro lato AB che poggia al muro per tutta la sua lunghezza; donde segue che queste ultime sono più solide ed hanno minore spinta delle prime.

È anche essenziale osservare che le linee rappresentanti gli ordini dei peducci formano angoli sporgenti DEF, figure 16 e 18, nelle volte a crociera, ed angoli rientranti HK, figure 20 e 22, nelle volte a schifo.

Quando la pianta di una volta a crociera è un poligono di più di quattro lati, gli angoli formati dagli ordini di peducci al loro incontro divengono più acuti, in ragione del numero dei lati di questo poligono: così nella volta rappresentata dalle figure 17 e 18, la cui pianta è un esagono regolare, gli angoli degli ordini de' peducci come DEF sono di 60°, mentre nella volta dello stesso genere rappresentata dalle figure 15 e 16 questi angoli sono retti o di 90°.

I tagli che s'incontrano secondo questi angoli rendono gli spigoli delle commessure ancora più acuti, donde risulta che le volte a crociera sopra una pianta poligona sono tanto meno solide quanto è maggiore il numero dei lati.

Gli architetti gotici che impiegavano volte a crociera evitavano la difficoltà nelle parti della pianta ad angoli o circolari chiamate punti rotondi, ed anche nelle arcature comuni, mettendovi archi diagonali sporgenti e profilati che si apparecchiavano come archi semplici; il di più formante lunetta o strapiombo era un ripieno di piccole pietre senza tagli, chiamate strapiombi e talvolta in gesso duro come nella chiesa di Nostra Signora in Parigi.

Nelle volte a schifo gli angoli rientranti formati dall'incontro delle facce, invece di diminuire, divengono tanto più aperti quanto il poligono ha maggior numero di lati; così l'angolo dell'esagono che è di 60° nella volta a crociera, è di 120° nella volta a schifo, il che rende questi ultimi tanto più solidi quanto maggiore è il numero de' lati; in guisa che a diametro ed a curvatura eguali, le volte sferiche che possono essere considerate come volte a schifo di un numero infinito di lati, sono le più solide e quelle che spingono meno, come si proverà nel nono Libro.

Molti geometri che si sono occupati della maniera onde agiscono i peducci per sostenersi reciprocamente, hanno dimostrato che, supponendo nulla opporsi alla loro azione, converrebbe, acciò una volta si sostenesse, che i pesi dei peducci fossero fra loro come la differenza delle tangenti degli angoli formati dalle loro commessure: questa condizione fornisce un mezzo facile di procurare alle volte la maggiore stabilità.

Conviene di presente osservare che distendendosi i piedritti fino all'altezza ove la spessezza della volta si allontana dal perpendicolo della superficie interna, come nelle figure 7, 8, 9, 10 ed 11 Tavola XXVII, le parti inferiori possono essere considerate come appartenenti ai piedritti, e che le pietre componenti le stesse hanno bisogno di poggiare sul taglio soltanto dopo il perpendicolo della superficie interna. Quindi rimane a determinare la grossezza o piuttosto la forma dell'estradosso della parte di volta compresa fra le due precedenti.

Se la curvatura della volta è circolare, come nella figura 8, tutte le commessure prolungate s'incontreranno al centro O; donde risulta che portando la spessezza che si vuol dare al mezzo di questa volta, orizzontalmente fra il prolun-

gamento delle commessure della chiave; questa linea prolungata in GL darà colle sue intersezioni cogli altri raggi, la spessorezza del mezzo degli altri peducci secondo la differenza delle tangenti.

Se la curvatura è composta di due archi di cerchio formanti un angolo al vertice, come nelle volte gotiche, figura 10, dopo aver prolungato al centro O le commessure dei peducci dell'arco δQ ed il raggio δO ; si porterà orizzontalmente, nell'intervallo di questo raggio e della commessura della chiave, la metà della grossezza che si vuol dare al mezzo di ciascuna parte della chiave: formando in seguito di questa linea l'orizzontale GL, si avranno sugli altri raggi le diverse tangenti e le spessorezze nel mezzo di ciascuno dei seguenti peducci.

Se la curvatura è formata da altra curva che non sia cerchio, come l'ellissi, figura 9, dopo aver condotta l'orizzontale GL e la verticale LD, si porterà la metà della grossezza della chiave da L in ι , e si tirerà per questo punto la retta ιD che faccia colla linea del mezzo l'angolo ιDL eguale all'angolo δOs , cioè si farà ιD parallela a δO .

Quindi dal punto D si condurranno le rette $2D$, $3D$, $4D$ ecc. parallele alle commessure c , d , e , f ecc., (1) e dopo aver diviso ciascun peduccio in due parti eguali, si porterà 1, 2, da h in 7; 2, 3 da k in 8; 3, 4 da l in 9; 4, 5 da m in 10; e il doppio di ιL da s in α : finalmente pei punti α , 7, 8, 9, 10, si descriverà la curva dell'estradosso che darà i peducci, i cui pesi essendo fra loro come le differenze delle tangenti, formeranno volte solidissime che non avranno quasi nessuna spinta.

Per le volte circolari ed ellittiche, figure 8, 9, 10 e 11 si può descrivere la curva dell'estradosso in una maniera più semplice che approssimativamente produce lo stesso effetto.

Così, per la figura 8, dopo aver fissata la spessorezza sa del mezzo della chiave, si porterà la metà del raggio Os da O in M; dal punto M come centro si descriverà l'arco HaN , fino all'incontro delle linee interne dei piedritti, pro-

lungati in CH ed FN. Questa curva dell'estradosso che differisce poco da quella disegnata colle tangenti è più che sufficiente nella pratica ordinaria.

Se la volta è acuta, come la figura 11, e la curva una imitazione d'ellissi formata con archi di cerchio, dopo aver fissata la grossezza sa , si porterà la metà del raggio Os da O in F; quindi dal centro F, si descriverà l'arco Par , fino all'incontro del perpendicolo dei piedritti prolungati: quest'arco formerà la curva dell'estradosso.

Per una volta schiacciata, figura 9, si porterà la metà del raggio so da O in M, e da questo punto col raggio Ma , si descriverà l'arco HaN fino all'incontro del perpendicolo interno dei piedritti: quest'arco sarà l'estradosso.

Rapporto alla figura 10, rappresentante un arco gotico composto di due archi di cerchio formanti un angolo al vertice, si porterà la metà del raggio Os da O in P, e col raggio Pa si descriverà l'arco aN che formerà l'estradosso.

Circa le figure 12 e 14, è essenziale osservare che nella prima, rappresentante una volta la cui curvatura è una catenaria, le differenze delle tangenti, figura 13, essendo tutte eguali, danno per l'estradosso una curva parallela ed una stessa grossezza di volta dappertutto. Questa è una delle proprietà che provano il vantaggio di questa curva per le volte in quanto che permette, facendone uso, di dar loro una spessorezza molto minore.

La figura 14, la cui curva è una parabola, presenta un effetto contrario; così per mettere in equilibrio fra loro i peducci formanti una volta di questo genere, conviene che la spessorezza della volta sia maggiore alla sommità che al basso.

Per maggior precisione si possono adoperare le tavole dei seni e delle tangenti per descrivere le curve degli estradossi: basta solamente indicare questo metodo a coloro che conoscono la trigonometria (2).

Le volte in pietra di taglio considerate indi-

(1) Circa il modo d'ottenere le commessure perpendicolari a ciascuna curva, vedi per l'ellissi in pag. 30 e le seguenti per le altre curve di cui or ora parleremo.

(2) Le applicazioni della differenza delle tangenti alle volte di cui si è parlato, fanno vedere: 1.° che le volte schiacciate e quelle a tutto sesto sono le più proprie ad avere l'estradosso a livello per formare il suolo dei diversi piani degli edifici; 2.° che nelle volte coll'estra-

dosso terminato in questa maniera, i peducci inferiori essendo più concavi in quanto alla curva dell'estradosso, secondo la differenza delle tangenti, sono capaci di sostenere un certo peso e di formare gli archi dei ponti; 3.° che le volte gotiche sono le più convenienti per formare i tetti a doppia inclinazione; 4.° che si potrebbe in certi casi impiegare utilmente la volta parabolica quando deve sostenere un peso enorme.

pendentemente dalla malta o da altri mezzi che impiegansi per unire i peducci da cui sono fatte, per sostenersi hanno bisogno di una certa grossezza proporzionata al loro diametro, alla forma della curvatura ed agli sforzi che debbono reggere: così un arco di ponte deve avere, a diametro eguale, maggior grossezza di una volta inserviente a formare il pavimento dei diversi piani di un edificio; quest'ultima deve essere più grossa di una volta non destinata a sostener peso, come le volte delle chiese; finalmente fra queste ultime, quelle coperte da tetti di legname non hanno necessità di tanta grossezza come quelle che debbono nello stesso tempo formare la copertura.

Se si consultano le costruzioni antiche e moderne, trovasi che per gli archi di ponte, in dietra mediocrementemente dura, di 20 in 24 me-

tri, o dieci in 12 tese di larghezza, la minima grossezza è più della quindicesima parte del diametro.

In alcuni ponti moderni, di 20 tese di diametro, la spessezza in mezzo alla chiave è di una tesa. Ma considerando per altra parte che un arco di ponte di 8 metri, o 4 tese di diametro, non potrebbe avere meno di 66 centimetri (2 piedi) di grossezza alla chiave, cioè meno del dodicesimo del diametro, ho pensato di potermi servire di questi due termini per formare una progressione indicante la spessezza di queste volte alla chiave, di metro in metro, il che ho espresso nella seguente tavola, alla quale ho aggiunto quella delle volte medie formanti i soffitti, e quella delle volte leggiere che non debbono sopportare peso alcuno.

*TAVOLA della minor grossezza delle volte circolari od ellittiche,
presa in mezzo alla chiave (1).*

ARCHI			VOLTE		VOLTE		ARCHI			VOLTE		VOLTE				
DA PONTE			MEDIE		LEGGIERE		DA PONTE			MEDIE		LEGGIERE				
metri			metri		metri		piedi			pi. pol. lin.		pi. pol. lin.				
1	0,	44	0,	22	0,	11	3	1	1	6	0	6	9	0	3	4%
2	0,	48	0,	24	0,	12	6	1	3	0	0	7	6	0	3	9%
3	0,	52	0,	26	0,	13	9	1	4	6	0	8	3	0	4	1%
4	0,	56	0,	28	0,	14	12	1	6	0	0	9	0	0	4	6%
5	0,	60	0,	30	0,	15	15	1	7	6	0	9	9	0	4	10%
6	0,	64	0,	32	0,	16	18	1	9	0	0	10	6	0	5	3%
7	0,	68	0,	34	0,	17	21	1	10	6	0	11	3	0	5	7%
8	0,	72	0,	36	0,	18	24	2	0	0	1	0	0	0	6	0%
9	0,	76	0,	38	0,	19	27	2	1	6	1	0	9	0	6	4%
10	0,	80	0,	40	0,	20	30	2	3	0	1	1	6	0	6	9%
11	0,	84	0,	42	0,	21	33	2	4	6	1	2	3	0	7	1%
12	0,	88	0,	44	0,	22	36	2	6	0	1	3	0	0	7	6%
13	0,	92	0,	46	0,	23	39	2	7	6	1	3	9	0	7	10%
14	0,	96	0,	48	0,	24	42	2	9	0	1	4	6	0	8	3%
15	1,	00	0,	50	0,	25	45	2	10	6	1	5	3	0	8	7%
16	1,	04	0,	52	0,	26	48	3	0	0	1	6	0	0	9	0%
17	1,	08	0,	54	0,	27	51	3	1	6	1	6	9	0	9	4%
18	1,	12	0,	56	0,	28	54	3	3	0	1	7	6	0	9	9%
19	1,	16	0,	58	0,	29	57	3	4	6	1	8	3	0	10	1%
20	1,	20	0,	60	0,	30	60	3	6	0	1	9	0	0	10	6%
21	1,	24	0,	62	0,	31	63	3	7	6	1	9	6	0	10	10%
22	1,	28	0,	64	0,	32	66	3	9	0	1	10	6	0	11	3%
23	1,	32	0,	66	0,	33	69	3	10	6	1	11	3	0	11	7%
24	1,	36	0,	68	0,	34	72	4	0	0	2	0	0	1	0	0%
25	1,	40	0,	70	0,	35	75	4	1	6	2	0	9	1	0	4%
26	1,	44	0,	72	0,	36	78	4	3	0	2	1	6	1	0	9%
27	1,	48	0,	74	0,	37	81	4	4	6	2	2	3	1	1	1%
28	1,	52	0,	76	0,	38	84	4	6	0	2	3	0	1	1	6%
29	1,	56	0,	78	0,	39	87	4	7	6	2	3	9	1	1	10%
30	1,	60	0,	80	0,	40	90	4	9	0	2	4	6	1	2	3%
31	1,	64	0,	82	0,	41	93	4	10	6	2	5	3	1	2	7%
32	1,	68	0,	84	0,	42	96	5	0	0	2	6	0	1	3	0%
33	1,	72	0,	86	0,	43	99	5	1	6	2	6	9	1	3	4%
34	1,	76	0,	88	0,	44	102	5	3	0	2	7	6	1	3	9%
35	1,	80	0,	90	0,	45	105	5	4	6	2	8	3	1	4	1%
36	1,	84	0,	92	0,	46	108	5	6	0	2	9	0	1	4	6%
37	1,	88	0,	94	0,	47	111	5	7	6	2	9	9	1	4	10%
38	1,	92	0,	96	0,	48	114	5	9	0	2	10	6	1	5	3%
39	1,	96	0,	98	0,	49	117	5	10	6	2	11	3	1	5	7%
40	2,	00	1,	00	0,	50	120	6	0	0	3	0	0	1	6	0%

(1) In questa tavola ho supposto che le pietre sieno di media durezza, e che le grossezze vadano aumentando dalla chiave fino al punto in cui la volta si stacca dai piedritti, in modo che la spessore è doppia in questo punto.

Si sa che gli antichi costruttori greci e romani collocavano tutte le loro pietre ed anche quelle delle volte senza malta nè zeppe. La maggior parte dei moderni situa le pietre delle volte come quelle dei muri o dei piedritti, cioè dopo averle accomodate e messe a sito con zeppe più o meno grosse secondo i loro difetti, riempiono le commessure con malta o gesso chiaro. Osserveremo nondimeno che le commessure delle volte essendo più o meno inclinate, questo processo ha minor numero d'inconvenienti che se fosse impiegato pei muri ove i letti delle pietre sono a livello, perchè è più facile riempier bene le commessure nel secondo che nel primo caso. Per ben collocare i peducci conviene, dopo aver adacquate le giunture, turarle al di sotto con filaccia di canapa acciò la malta scorra meglio e vada da per tutto, e cominciare la operazione con una malta fluidissima e che si fa più densa a misura che s'empiono le commessure; e si termina con malta dura che assorbe

in parte l'acqua di quella che è troppo chiara. Si può anche fare scolare l'acqua soprabbondante, facendo alcuni fori o incavi nelle commessure munite di filaccia, a misura che si fa entrar nuova malta dall'alto a rimpiazzare la fluidissima di tratto in tratto. Alcuni mettitori mischiano un poco di gesso alla malta chiara sperando di compensare in parte la diminuzione della malta col gonfiarsi del gesso; ma questo mezzo è illusorio perchè il gesso bagnato non si gonfia e fa diminuire la qualità buona della malta.

Queste istruzioni elementari bastano per facilitare lo studio delle volte sotto il rapporto della Stereotomia. Ciò che ne resta a dire circa la loro costruzione poggia sopra cognizioni teoriche che spiegano le condizioni ed i principi di statica, in forza de' quali esse si sostengono. Questa importante quistione, che è una delle più difficili nell'Arte di Edificare forma l'oggetto della sesta Sezione del nono Libro.

CAPO PRIMO

DELLE VOLTE IN PIANO E DEI SOFFITTI NON APPARECCHIATI.

LA costruzione in pietra di taglio ammettendo solamente i più scelti materiali, doveva anche per questo essere considerata la più perfetta: perciò fino dalle età più remote, gli sforzi dell'arte hanno costantemente avuto per oggetto di stenderne l'uso a tutte le parti dell'edificio. Noi abbiamo già fatto osservare, nell'Introduzione di quest'opera, in qual maniera gli Egizi guidati in certo modo dal solo istinto avevano i primi risoluto questo problema; come in seguito presso i Greci un processo analogo fu adattato ad una architettura nata dall'uso del legno e restrinse la libertà delle sue combinazioni in certe parti, per così dire accessorie, degli edifici senza poter essere applicato alle parti principali (1). Infatti se si osserva che i mezzi con cui gli Egizi ottenevano tale omogeneità nei loro edifici erano allora i soli riconosciuti praticabili, si concepirà facilmente come i Greci abituati a procurarsi spazi liberi di una grande estensione col mezzo del legno, sieno stati tratti dall'idea di empiere il vano coi pilastri necessari a sostenere un soffitto di pietra. Quindi avviene che presso quest'ultimo popolo, i portici, i vestiboli, e le gallerie che per natura della loro destinazione potevano meglio prestarsi alle disposizioni convenienti, furono le sole opere suscettibili di essere trattate al modo egizio.

È da osservare che nei monumenti di questi due popoli risparmiati dal tempo, i soffitti eseguiti in questo modo non parvero suscettibili di veruna disposizione architettonica. Nulla di più semplice e di meno preparato, come decora-

zione, quanto la disposizione delle pietre formanti il cielo dei monumenti d'Egitto, il che è facile riconoscere dalle figure 1, 2 e 3 della Tavola XXVIII, che rappresentano la pianta, lo spaccato ed i soffitti della sala ipostila del gran tempio di Karnak. Quest'esempio scelto in una folla d'altri non meno concludenti nel nostro senso, presenta infatti il risultamento della pratica più comune.

Si trova un contrasto che non colpisce meno, anche fra le parti istesse di qualche tempio della Grecia i cui soffitti di marmo sono giunti fino a noi. È impossibile riconoscere alcun'arte negli scompartimenti formati dai traversi e dalle lastre che ricoprono il pronao e le ale del tempio di Teseo in Atene, figure 7, 8 e 9. Il vestibolo de' Propilei, disposto per essere terminato nell'istesso modo, non doveva offrire un aspetto molto più soddisfacente: e inoltre la grandezza delle dimensioni in quest'ultimo caso, doveva aggiugnere qualche cosa di periglioso e d'inquietante alla mente, riguardo alla fragilità dei mezzi d'esecuzione.

La copertura della tribuna di Pandrosa, annessa al tempio di Minerva Poliade, i cui soffitti sembrano indicare esattamente gli scompartimenti di quei di legno, è il solo esempio di una regolarità perfettamente in armonia col resto della modanatura. Certamente conviene attribuirlo alla picciolezza delle sue dimensioni la quale ha permesso all'arte di ordinarne liberamente tutte le sue parti, figure 13, 14 e 15.

Un'altro monumento di costruzione meno notevole

(1) Vitruvio pensa che la fragilità della pietra abbia solo servito di base a misurare la distanza delle colonne. L'intercolonnio, *picnostilo*, il più stretto di tutti, era pure adoperato nei templi delle maggiori dimensioni; il *sisstilo* la cui apertura è più grande, conveniva a quelli di una scala mediocre; finalmente il *diostilo* che porta tre diametri d'intervallo era riguardato come il maggiore intercolonnio di cui si potesse far uso, ma l'adoperarlo non era senza pericoli. Passato quest'ultimo termine, gli architravi potevano solamente essere formati in legno, (Libro III, capo II).

L'opinione degli antichi era così savia a questo riguardo, che li maravigliava ogni esempio al di là di questi limiti, in guisa tale che nel tempio di Diana in Efeso, la grandezza degli architravi non era piccola

causa dell'ammirazione universale per questo edificio. Ciò puossi giudicare primieramente da un passo di Filone Bizantino su questo monumento, riferito dal Gronovio, e tutto pieno d'elogi alle dimensioni gigantesche della sua architettura: in secondo luogo perchè quel poco che Plinio, il quale può dirsi l'eco dell'antichità, riferisce di questa maraviglia del mondo, è interamente inteso a segnalare come un prodigio l'elevazione ed il collocamento d'architravi di così gran dimensione, e finalmente da ciò che trovasi in Vitruvio sui mezzi straordinari impiegati pel trasporto di queste masse enormi. In una parola tutto concorre a far conoscere fino a qual punto lo spirito degli antichi era attento alle difficoltà che presenta un genere di costruzione sempre arduo e talvolta periglioso.

sembra allissimo a confermare ciò che abbiamo detto sulle difficoltà che presentava all' arte propriamente detta ed alla costruzione, la necessità di formare in pietra senza il soccorso della preparazione un soffitto di una certa estensione, ed esso è quello che volgarmente si conosce sotto il nome di tomba di Milasa, rappresentato dalle figure 10, 11 e 12. Certamente non si può fare a meno di riconoscere una destrezza infinita nel modo di disporre le pietre, onde evitare le portate troppo considerevoli, ma nello stesso tempo, la complicazione delle forme nella quale l' arte si trova trascinata dall' insufficienza dei mezzi ordinari della costruzione, non potrebbe sfuggire all' occhio abituato all' elegante correzione che si eminentemente distingue la greca architettura.

E fuori di dubbio che la nobiltà e l' eleganza delle forme onde i Greci si erano compiaciuti di abbellire gli elementi della loro architettura contribuirono unicamente a propagarne l' uso fra le altre nazioni. I Romani fra gli altri furono così al vivo colpiti dalle bellezze di esse, che sebbene fossero già abili nell' Arte di Edificare non esitarono a considerarle come tipo dell' architettura. Nondimeno, anche accogliendo con entusiasmo queste così perfette ordinanze, si misero a studiare di conciliare le difficoltà annesse all' uso di esse colle vaste mire che loro imponeva il bisogno di una città cotanto florida. Perciò nelle loro più importanti costruzioni gli ordini greci figurarono in fatti solamente per la decorazione; e ben lungi dal subordinare la composizione degli edifici alle funzioni ristrette di questi elementi, fecero ad essi il più delle volte rappresentare una parte finta nel loro complesso (1).

Nelle semplici imitazioni dei templi greci trovavansi ad ogni istante le prove della loro superiorità nell' Arte di Edificare: dovunque una giudiziosa previdenza svela la più illuminata ju-

telligenza sulla natura delle funzioni di tutte le parti dell' edificio. Perciò nel frontispizio del Panteon di Roma, figure 16 e 17, i pezzi di marmo che riuniscono fra loro le colonne comprendono il fregio e l' architrave, in modo da poter presentare una resistenza maggiore sotto il peso del timpano onde sono sopraccaricate.

Gli archi in mattoni, che si vedono nella struttura formante il frontone del tempio della Concordia, avevano molto sensibilmente per iscopo di preservare dall' azione di questo peso gli architravi di marmo che uniscono le colonne di tale facciata, Figure 18 e 19.

Nelle tre colonne che ancora rimangono del tempio di Giove Statore, vi è pur luogo d' ammirare l' alta saggezza che presiedeva a tutte le loro operazioni. Col mezzo di un taglio industrioso già messo in pratica in altri casi, vi si vede il fregio sollevare l' architrave del peso della cornice e della copertura, e riportare così un peso di cui essa fa parte, sui punti d' appoggio che non hanno per nulla a temere l' azione di questo peso, figure 20 e 21 (2).

I soffitti che coronano gli intercolonnii dei portici sono i soli spazi ne quali loro parve praticabile la copertura in pezzi di marmo o di pietra in un sol pezzo, ed a questo ufficio pure si riduceva l' uso di essi, come si vede ancora nelle ruine dei templi di Marte Vendicatore, figure 22 e 23, come in quelli di Vesta a Roma ed a Tivoli, ed in quelli di Baalbek e di Palmira. Nelle parti più spaziose del tempio e dei portici sostituirono talora all' uso periglioso della pietra od all' armadura di legnami usitata dai Greci, armature, soffitti e volte di metallo come si vede nel portico del Panteon in Roma (3); e più spesso le volte di mattoni, come nel tempio della Fortuna virile, in quello di Marte o Basilica d' Antonino, in quelli dell' Onore, della Virtù, della Pietà ed in una folla di altri edifici.

(1) Fra gli altri esempi in appoggio a questa osservazione, basterà citare quello degli enormi strapiombi rimasti sospesi alla massa, dopo aver tolte le colonne che sembrano sostenere i peducci delle volte e gli spigoli nel tempio della Pace.

(2) Noi vediamo la precauzione spinta ancor più da lungi nel monumento di *Elabolo* a Palmira ove M. Castas ha osservato una simile disposizione, sopra la pietra formante l' architrave della porta dalla parte inferiore, in ciò che il pezzo facente come qui da sollievo non si appoggia sull' architrave, ma lascia fra loro uno spazio di alcuni pollici. Questa particolarità di costruzione non fa meno onore ai Romani che l' hanno così giudiziosamente messa in pratica, avuto riguardo all' enormità della massa da cui è caricata la porta, che alla sag-

geità dell' artista a cui non è sfuggita in mezzo a tante maraviglie. Dawkins e Roberto Wood non ne avevano fatto parola nei disegni di questo sepolcro che trovansi nella loro opera.

(3) L' armadura di bronzo da cui era coperto questo portico esisteva ancora tutta intera al tempo di Serlio, e dietro la figura che ne dà nel terzo libro dell' opera sua noi l' abbiamo riprodotta nel nostro disegno. In quanto ai soffitti ed alle volte di bronzo, questo architetto parla sopra tradizioni ancora recenti, e che per lui riferite meritano un' intera confidenza. Comunque sia, le intaccature simmetricamente distribuite sui margini interni degli architravi manifestamente destinate a impiombare le armature di metallo, bastano ormai a dissipare ogni dubbio su tale riguardo.

Del resto, indipendentemente dalla perfezione delle forme, conviene mettere ancora nel numero delle cause che fecero così generalmente adottare gli ordini dei Greci, queste apparenze dimostrative conservate dal tipo a cui riferivano la loro origine, cioè la capanna; e all'appoggio de' quali l'arte in mancanza d'altri principi, riducendo tutto ad un sistema figurato, trovava il mezzo di mascherare l'aspetto sovente difettoso delle divisioni delle opere in pietra di taglio, e di abbellire in uno stesso tempo gli edifici con una decorazione ragionata.

Nel Primo Tomo dell'architettura di Filiberto Delorme, opera piena di eccellenti istruzioni, trovasi un passo relativo al soggetto per noi trattato in questo Capo, e che prova come questo autore non era meno illuminato sulla pratica che sulla teoria dell'arte sua. Abbiamo creduto dovere l'offrirne qui l'estratto per dare a questo celebre architetto la priorità su tale importante quistione.

Come bisogna fare gli epistili od architravi ai portici e peristili quando si è costretti di fare più larghi gl'intercolonnii che non portano le misure che sono state qui sopra proposte (1). (Libro VII, Capo XV.)

» Avviene talora necessità di fare gli spazi » ed intercolonnii più larghi che non vuole ragione, onde è mestieri cercar pietre assai » lunghe perchè giungano da una colonna all'altra, le quali il più delle volte non sono » abbastanza forti per sostenere il peso delle » cornici, fregi ed altro che vi si deve sovrapporre. Perciò ho combinato nella figura » proposta qui innanzi una misura ed ordine » di colonne coi loro ornamenti d'un'altra » specie, diversa da quella che vi ho detto

(1) Cioè il diastilo, secondo la dottrina di Vitruvio; nondimeno Delorme applica il suo metodo anche a quest'ultimo intercolonnio.

» poc'anzi. Osserverete che per la sua larghezza io figuro quattro colonne e nel mezzo » degl'intercolonnii metto quattro diametri, e » tre ai lati; larghezza ed estensione molto » grandi per gli architravi, che non bisogna » fare di un pezzo solo se non si vuole che si » rompano; ma per averli forti, è d'uopo » farli di più pezzi, colle loro commessure o » *joints d'engraissement*, come le chiamano » gli operai, nel sito ove vedete che a ciascuna commessura, nel luogo dell'architrave, faccio dei fori quadrati o piuttosto simili a' rombi, colle punte all'alto ed al basso. Ciò che vi dimostro e propongo in misura » più grande sotto la stessa figura, nei luoghi » segnati A, è un architrave di più pezzi poggiato a due capitelli e in detti luoghi quando i pezzi sono uniti e murati si pongono » dadi di pietra a traverso del detto architrave e si murano con latte di calce, come il restante. Così preparato il tutto è posto a » sito i pezzi dell'architrave, sono più forti » che se fossero di un solo pezzo. Voi vedete » altri pezzi da me uniti con dadi, indicati » pure con A, che fanno conoscere così evidentemente tale maniera, da render superfluo » un discorso più lungo: così, com'è congiunto, è facilissimo conoscere tutto dalla stessa » figura (vedi Tav. XXIX, fig. 1), non solo » per tutte le maniere d'architrave, ma dirò anche per tutte le volte in piano che hanno grand'estensione da una colonna all'altra e grandi » larghezze. È però vero che in alcuni edifici » antichi ho trovato che sopra gli architravi » nel luogo del fregio si gettavano archi acuti » per salvar gli architravi dal rompersi fra le » colonne; il che sarà causa di farmi scrivere » sopra un'altra specie di portico molto migliore e sicuro allorchè vogliasi elevare l'edificio di un piano, di due, oppure di tre, » mentre non v'è da temere che divenga fallace. » (Vedi il Capo XVI dello stesso Libro).

CAPO SECONDO

PREPARAZIONE DELLE VOLTE IN PIANO E DEI SOFFITTI

Le volte in piano ed i soffitti di un solo pezzo furono evidentemente presso tutti i popoli i primi mezzi dell'Arte di Edificare nelle costruzioni in pietre di taglio. Noi abbiamo già detto che l'invenzione degli archi e delle volte di pietra rismontava soltanto ai primi secoli di Roma. Quanto alle volte apparecchiate, delle quali esistono rari esempi nei monumenti antichi, le si avrebbero potuto credere di una origine ancor meno antica, se non si trovasse l'impiego simultaneo di questi due sistemi in un monumento della prima epoca, l'Emissario del lago d' Albano, Tavola XXIX, figura 2.

È da osservarsi che prima della cognizione degli ordini Greci, l'impiego di questi processi ingegnosi formava per così dire l'unica decorazione delle costruzioni romane; ma diffusa una volta l'architettura greca, non potendo l'arte dapprima cavare verun partito da combinazioni che non erano in armonia cogli elementi di tale architettura, riservò l'apparecchio degli archi e delle volte ai monumenti che non erano capaci di altra specie di decorazione, come i ponti, gli acquedotti e le parti interne degli edifici che erano soggetti alle leggi della saggia costruzione.

Indipendentemente dall'azione che esercitano sui punti d'appoggio le volte apparecchiate, l'irregolarità di ciascuna pietra, pel taglio in

forma di cuneo, contribuì senza dubbio ad allontanare questo modo di costruire dalle opere di architettura (1). Nondimeno pare che i Romani ne avessero dapprima tentata l'applicazione agli architravi dei templi di stile greco, come lo attestano i somieri a taglio rimasti sui capitelli del tempio di Giunone nel portico di Ottavia, figura 5. In seguito avendo l'esperienza dimostrato il vantaggio di questo metodo di costruzione sopra quello delle fasce in un solo pezzo, se ne sparse l'uso nelle opere d'architettura; ma la preparazione vi esistette in una maniera non ravvisata, come gli archi compresi fra le colonne (2). Tutto fa credere che solo negli ultimi tempi dell'impero si vedesse una preparazione ragionata applicata a tutte le parti e divenire la sola decorazione degli edifici in pietre di taglio (3). Si vede anche che fecero figurare nel complesso, col l'aiuto di boxze, le chiavi componenti l'architrave, come nelle carceri costrutte al tempo di Domiziano ad uso dell'anfiteatro, figura 6.

Del resto, le precauzioni colle quali hanno accompagnato l'uso di questo metodo in diverse occorrenze provano la perfetta intelligenza che avevano dei vantaggi e degl'inconvenienti di cui è suscettibile. Però nel teatro di Marcello a Roma, nelle commessure delle fa-

(1) La figura 3 presenta un mezzo assai ingegnoso di conciliare la bellezza di un architrave d'un solo pezzo col vantaggio delle commessure oblique, il che consiste nel far combinare la volta tagliata in isbioco cogli stipiti, in una porta. Questo esempio è tratto dal sepolcro di Giamblico nell'opera di M. Cassas sulla Siria.

Fra le costruzioni singolari in questo genere, benchè sotto un diverso rapporto, si può anche citare la porta del tempio di Giove a Baalbek. Pare che prima del terremoto del 1759, il quale fece cadere l'enorme pietra formante la chiave di detta porta, si avesse un'idea imperfetta dell'apparecchio di essa. È vero che Pocockes dice essere l'architrave composto di tre pietre, ma la figura che ne dà è inesatta; e Dawkins e Roberto Wood non entrano in veruna particolarità su tale soggetto. Volney fu il primo a notarlo nel suo viaggio, e Cassas che visitò quei luoghi dopo quest'ultimo ne ha tratti i disegni che offrono la più maravigliosa esattezza. Le particolarità di questa porta, e una serie di altre del maggiore interesse per l'architettura fanno parte di ciò che rimane inedito di quest'opera magni-

fica; onde per sola compiacenza che l'autore ha usato di comunicarmi il disegno ho potuto dare la figura che si vede nella Tavola XXIX, n.° 4. La scala comune a tutte le figure della stessa Tavola rende qui più sensibile il lusso dei mezzi spiegato nei monumenti della Siria, dei quali si è già parlato in quest'opera, e che contribuiscono al pari della magnificenza di quell'architettura, ad eccitare l'ammirazione della posterità.

(2) Come vedesi nel portico del Teatro di Marcello, in quello del Colosseo, ed in tutti gli antichi archi trionfali.

(3) Come negli Anfiteatri di Verona e di Pola nell'Istria. L'apparecchio ragionato divenne pure un valente mezzo di decorazione nelle mani degl'architetti che fiorivano in Italia nel principio del secolo decimosesto. Indipendentemente dalle opere di coloro fra essi che hanno scritto sull'arte propria, si può anche consultare proficuamente su tale soggetto l'opera interessante di Percier e Fontaine sui palazzi e sulle case di Roma.

sce che sostengono i pulvinari delle volte del secondo ordine di portici si vedono specie di maschi e d'incavi. Questa disposizione è rappresentata dalla figura 7 nella quale D indica le bozze o maschi serrati nei somieri AB (1).

La preparazione di una porta in pietra di taglio situata nell'interno del sepolcro di Cecilia Metella offre un esempio ancor più notevole in questo genere: l'architrave di questa porta è eseguito a volta, coi peducci a doppio taglio, come si vede nella figura 8.

Finalmente la preparazione delle fasce non parve mai sì bene intesa come nelle ultime opere degli antichi Romani. In questo genere si può citare ad esempio una porta del palazzo di Diocleziano a Spalatro, della quale il dotto Giorgio Welher aveva già ammirato l'ingegnosa struttura, e che molti viaggiatori moderni ci hanno fatto conoscere con disegni assai circostanziati (2). Questa porta è rappresentata dalla figura 9 della stessa tavola.

È massima nell'arte di apparecchiare che nei muri, come nelle volte, le commessure delle pietre che si toccano debbano fare angoli eguali o retti, colle superficie apparenti che formano; ma siccome nelle volte piane vi sono le sole commessure perpendicolari alle superficie che possano produrre con esse angoli eguali, così ne risulta che tutte le volte piane orizzontali dovrebbero avere le commessure a piombo. Nondimeno siccome non può esistere unità d'azione fra pietre congiunte da piani verticali, così si è potuto ottenere quest'effetto, determinando sui piedritti, col mezzo di piani inclinati, gli sforzi laterali, donde risulta una pressione che forma tutta la loro solidità, figura 1 fino a 14, Tavola XXIX. Siccome quest'apparecchio ha il disavvantaggio di formare angoli ineguali colla superficie inferio-

re, ne risulta che queste pietre alle quali si dà nome di chiavi, non hanno una resistenza eguale; che i loro sforzi non si corrispondono, e che spingono tutte in falso le une colle altre come si vede dalle perpendicolari tirate dall'estremità delle commessure Fa, 10, 20; in guisa che una volta simile non potrebbe sostenersi, qualunque fosse la spessore dei piedritti, se lo sfregamento prodotto dalla rozzezza ed inegualità delle superficie non le impedisse di agire liberamente, e se la malta ed i ferri impiegati nella loro costruzione non le trattenessero insieme con una forza superiore a tali sforzi. Si potrà assicurare di questo effetto facendo fare come io feci un modello in marmo levigato.

Per ben conoscere il difetto dell'apparecchio di cui si è parlato conviene descrivere dal centro al quale tendono le commessure delle chiavi un arco tangente alla linea inferiore della volta piana e prolungare le commessure fino all'incontro dell'arco, figura 11. È facile vedere con tale operazione che una volta piana può essere considerata come un segmento d'arco a cui si sono levate le parti inferiori F, H, K, e che questa così essenziale soppressione di parti può solamente produrre una costruzione debolissima e difettosa.

Quando si vogliono costruire volte piane per architravi, e fasce di porte, sarebbe necessario, per evitare questo difetto, prolungare il taglio delle chiavi fino all'incontro dell'arco ABF inscritto nella volta piana, come lo indica la figura 13, e terminare il dippiù con linee a piombo. Si rimpiazzeranno queste parti di tagli soppressi formando il di sopra, chiamato estradosso, con un arco concentrico a quello ove si fermano i tagli (3).

Molti abili architetti hanno adoperato un pro-

(1) Se ne vedono di simili nelle commessure dei peducci di molti archi antichi e specialmente in quelli del Colosseo. Invece di bocca riservata nel tagliare la pietra vi sono talvolta incrostati cubi di pietra di 3, o 4 pollici. Molti costruttori moderni hanno fatto uso di palle di piombo grosse due pollici circa, per mettere nelle commessure delle volte in piano; o anche di ciottoli rotondi, i quali preparati e piombati a dovere sono persuasi essere preferibili alle palle di piombo perchè hanno maggior fermezza.

(2) La porta Settentrionale: — La struttura delle pietre dell'architrave nell'ingresso maggiore di detta porta è assai bene lavorata. — (Welher, Viaggio in Dalmazia, Tomo I, Libro I, pagina 24).

Nelle ruine d'Anthakieh, l'antica Antiochia, trovansi molte porte apparecchiate nella maniera stessa di quella di Spalatro. Per questi due esempi vedi Cas-
sas, Viaggio nell'Asia e nella Dalmazia.

Nelle costruzioni degli arabi si osserva che costoro affettano di fare le commessure delle porte e delle volte in pietra di taglio ondulate o dentellate; il che prova che i costruttori di tutti i tempi e di tutti i paesi hanno conosciuto il vantaggio d'aumentare con tutti i mezzi possibili l'unione delle pietre che soltanto possono sostenersi per le commessure, impedendo ad esse di strisciare. Vedi la descrizione dell'Egitto, Stato Moderno.

(3) Questo mezzo di aumentare i cunei dei piedritti al mezzo della chiave dà ad essi maggior solidità. Io l'ho veduto in pratica a Trapani in Sicilia ove quasi tutte le grandi porte quadrate e le aperture delle botteghe sono apparecchiate come lo indica il lato A della figura 14. Il lato B presenta lo stesso aumento dai piedritti alla chiave, ma invece di seguire una linea inclinata, ciascun peduccio termina in una superficie orizzontale chiamata testa (*tête de charge*). Questo men-

cesso presso a poco simile di cui hanno fatto un modo di decorazione. Vignola ha dato in questo genere un disegno di porta rustica che riunisce la beltà alla solidità; ma in generale questo genere di apparecchio può essere messo in uso per le porte o pei vòti praticati nelle grossezze dei muri. È facile comprendere che da una parte l'altezza delle pietre e la loro qualità, e dall'altra la spessezza che si vuol dare ad una volta piana dovranno decidere in tutti i casi delle distanze al centro cui debbono tendere le commessure delle chiavi che la compongono. In generale la misura dell'angolo C formato nel mezzo dall'incontro delle rette tirate dai due somieri può variare dai 60 ai 45 gradi nella pratica ordinaria.

Per massima, una simil volta non può sostenersi quando la FG, perpendicolare alle linee che formano l'apertura dell'angolo sui somieri, non si trova rinchiusa nella sua spessezza, figure 2, 6, 10 e 12.

Queste volte sono solide allorquando possono comprendere un arco di grossezza eguale al taglio sui piedritti IF, come si vede nella figura 13. Queste proposizioni saranno dimostrate nel Libro IX.

La regolarità dell'apparecchio e la solidità esigono che le volte piane, come quelle di superficie curva, sieno composte di ordini di chiavi o di peducci disposti secondo la direzione delle facce dei piedritti o muri che li sostengono: così la volta piana, figure 1 e 2, Tavola XXX, sostenuta da due muri paralleli dev'essere composta di ordini di chiavi seguenti la stessa direzione; lo stesso avverrebbe se fossero due pilastri.

Le figure 3 e 4 rappresentano una volta sopra un piano quadrato sostenuta dai quattro muri che la rinchiudono. Gli ordini di chiavi formano de' quadrati concentrici; quelli degli angoli sono comuni a due lati; la chiave è quadrata portante il taglio da tutte quattro le facce. Le linee disegnate sulle piante 2 e 4 formano la proiezione delle volte 1 e 3; le linee nere indicano le commessure al di sotto e le linee punteggiate quelle al di sopra. E seguendo appunto la proiezione ed il profilo della volta si descrivono le pietre che debbono comporla.

Le figure 5 e 6 indicano il profilo e la pianta di una volta piana circolare. La pianta o proiezione, figura 6, fa vedere la disposizione degli ordini circolari dei peducci collegati gli

unai cogli altri e fermati da una chiave o cavicchia rotonda e conica.

Le figure 7 ed 8 fanno vedere una volta piana sostenuta da quattro pilastri isolati; gli ordini delle chiavi sono paralleli alle facce interne, e s'incontrano ad angolo retto sulle diagonali ove si trovano le chiavi comuni ai due lati, come nella figura 4, con una chiave incavata ai quattro angoli per ricevere le ultime chiavi delle diagonali; ma questa disposizione di volta non meno di quella fra due muri paralleli potrebbe essere impiegata solamente per ispazi di picciola larghezza a causa della grande spinta che produce: la più utile è la volta di pianta circolare, figura 6, perchè è quella che spinge meno.

Circa le volte sopra una pianta poligona qualunque, è evidente che più avrà lati più la volta accosterassi alle proprietà di quelle a pianta circolare: così una volta quadrata, come si rappresenta nella figura 4, stabilita sui quattro muri che la racchiudono, ha più solidità di una volta fra due muri paralleli; una volta esagona, più di una quadrata, e così di seguito.

Benchè le volte piane presentino sempre una superficie istessa, possono variar molto per la forma della loro pianta; possono essere regolari o irregolari, oblique, e talvolta anche rampanti: ma qualunque sia la loro forma, il modo di apparecchiarle e di delineare le pietre che le compongono non ha maggiore difficoltà di quelle dei muri e delle costruzioni ordinarie, perchè si possono rappresentarne tutte le parti sopra la pianta o proiezione secondo la loro forma e grandezza senza accorciamento.

Per le pietre, converrà dapprima tagliare le due facce parallele che debbono formare l'estradosso e l'intradosso della volta con uno dei suoi lati a squadra; quindi si disegnerà secondo la proiezione, la loro maggior larghezza e le linee indicanti ciò che se ne deve levare per formare i tagli come vedesi nelle pietre A, B, C, D, E, F, G ed H, che rappresentano i peducci di ciascuna delle volte di cui si è parlato, figure 2, 4, 6 ed 8: sono esse disegnate sopra una scala doppia dei piani e degli alzati; e si è indicata con linee punteggiate la pietra da levarsi per formare i tagli. Queste chiavi sono indicate sopra le piante colle lettere simili a, b, c, d, e, f, g ed h.

Gli architetti che hanno impiegato la prepa-

re ha il vantaggio di procurare migliore appoggio alla muratura da cui può essere aggravata una volta.

Questa forma di estradosso vedesi adoperata in un arco del teatro di Marcello.

razione di chiavi per fasce ed architravi, come nel colonnato del Louvre, in quelli della piazza di Luigi XV, nel portico di San Sulpicio, e nel Panteon francese o nuova chiesa di Santa Genoveffa, hanno frenato la spinta irregolare delle chiavi con tiranti e perni di ferro in forma di Z e di T. Tutti questi ferri formano una specie di armadura che contiene queste volte piane in modo che non possono agire in nessuna maniera; mentre giova osservare che un tirante situato sull'estradosso di semplice piattabanda non basta sempre ad impedirla di agire come si vede nella figura 12, Tavola XXIX, soprattutto quando ha poca spessorezza. Infatti il minimo stritolamento negli spigoli superiori della chiave ed agl' inferiori dei peducci che uniscono i piedritti può produrre la disunione ed anche la caduta di cotal volta senza che i somieri o le parti superiori dei piedritti si allarghino, in ragione della poca differenza esistente nelle volte piane di poca spessorezza fra l'ob-

bliqua AK e l'orizzontale AL. Si deve anche concepire che la minima tensione della catena o tirante può facilitar questo effetto soprattutto quando non è di un solo pezzo. Queste diverse quistioni si trovano più particolarmente trattate nel Libro VII.^o, sezione 1.^a, parlando delle armature degli architravi, colonnati e frontespizi.

OSSERVAZIONE

Si può concludere da tutto ciò che si è detto in questo Capo che le volte piane non convengono pei pezzi di una certa estensione. Si possono impiegare con successo per architravi o fasce alle quali si può dare una spessorezza eguale al quarto od almeno al quinto della loro portata; possono anche essere impiegate per formare soffitti di poca estensione rinchiusi fra gli architravi.

SEZIONE QUARTA

APPARECCHIO DEGLI ARCHI, DELLE PORTE E DELLE VOLTE A TUTTO SESTO.

AD eccezione delle curve matematiche messe in uso dai moderni in certi lavori dell'Arte di Edificare, nelle costruzioni romane trovasi la soluzione di tutte le quistioni di geometria alle quali si è applicato in seguito lo studio della stereotomia. Indipendentemente dalla complicazione di forme risultante dal complesso delle diverse parti componenti l'edificio, conviene al certo mettere fra le cause che condussero ad una conoscenza così perfetta delle volte e delle loro combinazioni, per prima la necessità in cui l'arte trovossi fra loro di cercare nel meccanismo della loro costruzione gli elementi di una novella architettura, siccome con tanto buon successo lo aveva fatto in Grecia nel sistema della costruzione propria al legname. Infatti nei monumenti più notevoli in questo genere, il mezzo principale dell'arte pare risiedere intieramente nell'ardire, nel gioco o nella ricchezza delle volte (1); nello stesso modo che aveva già unicamente nella magnificenza degli ordini greci per l'aspetto delle parti esterne dagli edifici.

Altronde, le difficoltà annesse ai diversi pezzi di taglio svanivano coll'uso della fabbrica particolarmente usata in questa specie di costruzioni, senza nondimeno che sia possibile inferirne la loro ignoranza nella stereotomia; poichè indipendentemente dagli archi retti e dalle volte cilindriche di tutte le dimensioni trovansi esempi autentici d'archi obliqui, inclinati, di volte coniche ed anche sferiche eseguite in pietre di taglio con tutta la precisione geometrica. Nondimeno è vero che esiste una linea di limite ben determinata fra l'uno e l'altro processo, e che non si trova più verun apparecchio in pietra di taglio appena che le disposizioni della pianta

producano qualche complicazione nella forma delle volte (2).

Abbiamo detto più sopra, che le volte in pietre di taglio eseguite dagli antichi Romani erano quasi tutte a pieno centro e la maggior parte di eguale spessezza di estradosso; ma quest'ultima condizione non si trova così generalmente osservata come la prima: s'incontra anche talora la più grande indecisione in questa forma dell'apparecchio, come si vede in molti ponti antichi, de' quali si parlerà nel Libro VIII, Sezione 6.^a, Capo III. Quanto alle volte di eguale spessezza, quelle dell'emissario del lago d'Albano possono essere considerate come le più antiche, sebbene la forma dell'estradosso non vi sia molto correttamente determinata, come si può riconoscerlo dalla figura 1, Tavola XXXI.

Il ponte Fabricio di Roma, ora Quattro Capi, costruito ai tempi della repubblica è uno degli edifici primi ne' quali questa disposizione è stata osservata a rigore, figura 2. Non si potrebbe decidere se questa forma d'apparecchio, la quale come di qui a poco diremo ha l'inconveniente di non collegare gli archi ed i muri, loro fosse consigliata dal gusto, o se l'adottarono per assicurarsi dello studio necessario onde accordare insieme l'intersezione dei filari colle commessure dei peducci. E certo che questo metodo doveva avere molta prontezza nella esecuzione e che presenta in se stesso una regolarità assai piacevole (3).

Ciò che potrebbe dar luogo a pensare che il gusto non era affatto estraneo alla scelta di questa disposizione, è che quando in certi casi i Romani vollero presentare l'idea di una mag-

(1) Il Panteon di Roma, la grande sala delle Terme di Diocleziano, pure a Roma, rimasta in oggi sola intatta di tante costruzioni dello stesso genere, quella del Tempio della Pace, che noi principalmente avemmo in vista, sarebbe stata al certo di un peso maggiore a pro della nostra opinione, ma la quasi totale distruzione di questo bel monumento, non permette ormai più agli architetti il concepirne tutta la magnificenza.

(2) Questa distinzione riesce osservabile specialmente nelle parti interne dei teatri nelle quali le forme della pianta danno luogo a volte di ogni specie.

(3) Comunque sia la cosa non si può fare a meno di riconoscere l'abilità con cui seppero modificare all'uopo i difetti che avrebbe fatto nascere in certe occasioni l'osservanza esclusiva di questa disposizione: perciò al ponte del Gard hanno unito insieme a commessure verticali su ciascun pilone, e con uno stesso numero di filare orizzontali, i tre primi peducci degli archi contigui in modo da procurare miglior assettamento alla fabbrica eretta sui pennacchi del terzo ordine, come vedesi nella figura 7 della Tavola XXVII.

gior forza nella costruzione delle volte in pietra di taglio, invece di aumentare la lunghezza dei peducci, il che loro avrebbe procurata una forma difettosa, costruirono una seconda curvatura, le cui commessure s'incrociavano con quelle della prima, come si vede nei piccioli archi laterali del ponte Fabricio, figura 3; e talvolta anche un terzo, come nella imboccatura della Cloaca Massima, figura 4.

Al tempo di Vespasiano si vide la forma dell'estradosso in pietra di taglio subire un'utile modificazione, e sembrava che volessero dapprima indicare i tagli irregolari prodotti da una linea circolare in mezzo ai filari dei muri. Questo perfezionamento consiste nell'accordo dei peducci, ad angolo retto, collo file de' corsi interrotte dall'inserzione dell'arco. Il ponte Eliano, ora S. Angelo di Roma, e senza dubbio il primo ed il più gran lavoro in cui questa disposizione è stata osservata (Vedi il Libro VIII, 6.^a Sezione, Capo III). Si trova la stessa forma di apparecchio negli archi in pietra del Colosseo, ma il pezzo più notevole in questo genere è senza contraddizione l'arco praticato nel muro di cinta del foro di Nerva (1); tanto per la bella proporzione delle parti tutte, quanto perchè si trova traforato obliquamente nella muraglia, in modo da presentare un arco obliquo, figura 5.

Cagionerà minor maraviglia la rara perfezione di questo pezzo di taglio quando si rifletterà che molto prima del tempo della sua esecuzione i Romani avevano data una prova non meno osservabile del loro sapere in stereotomia nella costruzione della volta conica dell'emissario del lago di Albano, figure 6, 7, 8 e 9.

(1) Ora indicato dai Romani sotto nome di arco di Pantani.

(2) I viaggiatori che visitarono questi luoghi dalla fine del secolo decimosettimo al principio del decimottavo, come sono Maundrell, De la Roque e Riccardo Pocokes, poterono ancora vedere tutta intera la volta di questo edificio, che per lungo tempo servì di chiesa ai cristiani. Pocokes osserva che era illuminato dalla porta.

Sulle Tavole XLIII, XLIV, XLV dell'opera di Ro-

Dopo questi vari esempi le volte a tutto sesto inclinate, o discese rette, delle arene di Nimes, figure 10 ed 11, non presenteranno più alcun che di straordinario, e si avrà fondamento di credere che se non si è fatto un maggior numero d'applicazioni di questa scienza alle volte dei loro edifici fu perchè da un lato l'arte dell'apparecchio, non bastante alla loro decorazione, si sarebbe trovata perduta negli scompartimenti di cui ornavano le volte, e dall'altro perchè le volte in fabbrica erano di una esecuzione molto più facile e più pronta.

I monumenti eseguiti per loro nelle colonie lontane, e principalmente a Baalbek, l'antica Eliopoli, ed a Palmira, lungi dalle risorte che trovavano altrove per questo genere di costruzione, prestano un altro grado di verosimiglianza a questa asserzione. Infatti vi si trovano ancora indizi certi dell'esistenza di volte in pietra di taglio di ogni forma e grandezza. Fra gli altri esempi irrefragabili, i primi peducci che si vedono sui primi del picciolo tempio di Baalbek osservati dapprima dal dotto Pocokes, e verificati poi da Dawkins, Roberto Wood e Cassas, facevano certamente parte di una volta a tutto sesto, la cui disposizione ricorda sotto qualche aspetto quella della volta dei bagni di Diana a Nimes, figure 12 e 13: del pari che l'osservazione di pietre in forma di peducci sferici rimasti intorno alla cornice di un tempio circolare nella stessa città, figure 14 e 15, confermata dagli stessi viaggiatori, testimoniano l'esistenza al tempo degli imperatori di una volta sfarica apparecchiata in pietra di taglio (2).

berto Wood, rappresentanti sotto diversi aspetti questo tempio come esisteva nel 1757, la lettera A ripetuta più volte serve a indicare in modo particolare la parte della volta rimasta.

M. Cassas disegnò anche con maggiore esattezza la forma e la situazione delle pietre esistenti di questa volta superiore alla cornice interna del tempio; e dalle tavole che ne dà nell'opera sua si sono tratte le figure 14 e 15.

CAPO PRIMO

DEGLI ARCHI

NELLE sezioni prima, seconda e terza di questo libro si sono fatte conoscere le diverse curve proprie a formare la curvatura delle volte; la maniera di descriverle, di condurre ad esse le tangenti e le perpendicolari per formare i tagli dei peducci; i metodi d'imitare le ellissi con archi di cerchio e di descrivere ogni specie d'ovali per le curvature chiamate a mezza botte ed archi rampanti; si è parlato dei principi relativi al descrivere le proiezioni, ed allo sviluppo delle superficie dei solidi; del modo di trovare gli angoli che queste superficie formano colla loro unione; si è discorso della disposizione dei peducci, del modo di determinare la forma dell'estradosso delle volte, e della spessezza che conviene dare ad esse: ora ci rimane solamente ad applicare alla stereotomia queste elementari istruzioni.

Gli archi o le arcate sono volte praticate nei muri o massicci nei quali le commessure dei peducci formano angoli o intersecazioni per unirsi coi filari orizzontali di questi muri o massicci, come si vede rappresentato dalla figura 1 della Tavola XXXIII.

Archi retti ed obliqui nei muri a piombo ed a speroni.

Si sono riunite in questa tavola le proiezioni orizzontali di quattro specie di muri nelle quali quest'arcata può essere penetrata, figure 2, 5, 8 ed 11; coi tagli o profili corrispondenti a ciascuna, figure 3, 6, 9 e 12, e il loro sviluppi, figure 4, 7, 10 e 13. Vi si è aggiunta la prospettiva a 45 gradi dei peducci indicati dalle lettere I, K, L, M, nella figura 1, per indicare le loro forme e la maniera di descriverli.

Le proiezioni orizzontali, figure 2, 5, 8 ed 11, presentano gli archi rovesciati; le linee piene indicano le commessure dell'intradosso, e le linee punteggiate, la proiezione dei tagli interni.

Nelle figure 2 ed 8, le facce essendo supposte perpendicolari al piano di proiezione, sono indicate colle linee A' B' C' D' ed A'' B'' C'' D'', ma nelle figure 5 ed 11, le facce inclinate, formanti sperone, sono indicate dai quadrilateri A'', N'', B'', P'', ed A''' N''' B''' P'''

Prv, rappresentando in iscorcio l'apparecchio descritto nella figura 1.

Queste proiezioni si fanno col mezzo di un profilo su cui si prendono, secondo la faccia verticale od a piombo, le grossezze corrispondenti a ciascuna commessura dell'intradosso: così per la pianta, figura 5, si è portata la grossezza 6'', m'' del profilo figura 6 sulle linee di questo piano che rappresentano le proiezioni dei primi peducci da g'' in 1'', e da m'' in 6''; per la seconda commessura si è presa la grossezza 5'' l'' che si è portata del pari sulle linee di proiezione del piano che le rappresentano da h'' in 2'', e da l'' in 5''.

Per le terze commessure che comprendono la chiave si è portato la spessezza 4'', k'' del profilo sulle loro linee di proiezione in pianta r'' in 3'' e da k'' in 4'', e finalmente la grossezza d'', z'' del profilo da z'' in d'' della pianta sulla linea che passa pel mezzo della chiave; e pei punti a'', 1'', 2'', d'', 4'', 5'', 6'', e b'', si è descritta una ellisse che presenta l'accorciamento della curvatura circolare della figura 1, in causa della inclinazione.

Per la linea retta d'estradosso rappresentata da N, P, figura 1, si è portata C'' z'' figura 6, da C'' in N'' e da D'' in P'', e si è tirata N'' P'' punteggiata, e le linee g'', 3'' e 4'', 10'' che esprimono le commessure della chiave; quindi le grossezze prese sul profilo si sono portate all'altezza dei punti 23' e 24', nella pianta da C'' in 17'' e 18'', e da D'' in 19'' e 20'', per le quali si sono condotte le parallele A'' B'' fino all'incontro delle linee 7'', 8'', 11'' e 12'', e si sono condotti i tagli 7'', 1''; 8'', 2''; 5'', 11'' e 6'', 13''. Se l'operazione è fatta bene tutte queste linee di taglio debbono incontrarsi al centro O. Questa proiezione in iscorcio serve a trovare lo sviluppo dell'intradosso e delle commessure rappresentate nella figura 7. La larghezza dell'interno si prende in a, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 6 della circonferenza della curvatura retta, figura 1, che si porta sulla linea retta e'', f'', figura 7, in e'', g'', h'', i'', k'', l'', m'', f''. Dopo aver innalzate con questi punti le perpendicolari si portano su ciascheduna le grandezze delle linee corrispondenti prese sulla pianta figura 5, e segnate colle stesse lettere e

risce cioè a'' , e'' , in $e'' a''$, $1''$, g'' in g'' , $1''$, ecc. La larghezza delle commessure o tagli si prende pure sulla figura 1, in 7, 1; 8, 2; 9, 3; 10, 4; 5, 11 e 6, 12; si portano sulla linea $e'' f''$ della figura 7, in $g'' s''$, $h'' n''$, $i'' o''$, $k'' p''$, $l'' q''$, $m'' r''$. Quindi dopo aver innalzate altre perpendicolari dai punti s'' , n'' , o'' , p'' , q'' , ed r'' , si portano sulle grandezze $s'' 7''$, $n'' 8''$, $o'' 9''$, $p'' 10''$, $q'' 11''$, ed $r'' 12''$ prese sul piano di proiezione figura 5, e si conducono le linee $7''$, $1''$; $2'' 8''$; $3''$, $9''$; $4''$, $10''$; $5''$, $11''$ e $6''$, $12''$. Ciascuno di questi quadrilateri che si chiamano facce degli spigoli e di commessure possono servire a segnare le pietre. Si formano tali facce con assicelle di legno dolce in modo di quadro. Se ne fanno altre chiamate facce di testa, una delle quali è indicata in K, figura 1; sono esse tagliate secondo la forma apparente di ciascun peduccio indicato da I, K, L, M.

Maniera di segnare le pietre.

Quando l'arco è praticato in un muro diritto ed a piombo le cui facce sono parallele, come quello rappresentato in pianta dalla figura 2, ed in profilo dalla figura 3, basta una faccia di testa per ogni peduccio diverso.

Così per descrivere il peduccio indicato dalla lettera K, si comincerà dal far tagliare il letto superiore $17'$, f' , u' , a' , figura K', sul quale dopo aver tirate le due linee parallele $17'$, $a' u'$ per fissare la spessore del muro, si faranno fare le due facce di squadra a questo letto indicate da tali linee.

Fatte queste facce si applicherà sopra ciascuna l'assicella K, figura 1, per descrivere la faccia apparente del peduccio, o si terminerà coll'abbattere la pietra che resta oltre i segni delineati col mezzo di quest'assicella.

Quando una delle facce del muro è inclinata in elevazione per formare un pendio come quello dell'arco espresso in profilo dalla figura 6, conviene per maggiore facilità e precisione supporre che ogni peduccio appartenga ad un muro le cui due facce sono a piombo, prendendo per la sua grossezza quella della parte più bassa sul profilo, come vedesi indicato dalle linee perpendicolari $22''$, $23''$, $24''$, e dopo aver fatto ciascun peduccio come si è detto per l'arco precedente, si disegnerà la parte che deve essere levata per formare il pendio applicando a ciascuna faccia l'assicella di testa o di commessura che vi corrisponde. Si può

anche fare a meno di queste assicelle, prendendo le parti che debbono levarsi sul profilo figura 6, o sulla pianta figura 5, come si è fatto per delineare gli sviluppi di queste facce di testa e di commessura.

Se il muro è d'ineguale spessore nella sua lunghezza, come indica la pianta, figura 8, si supporrà che ciascun peduccio faccia parte di un muro grosso come la maggiore spessore di esso, e dopo aver tagliati i cunei come per la figura 1, si toglierà da ciascuno ciò che v'ha di più dello sbieco d'una delle facce, o coll'applicare sopra ogni faccia i modani di fianco e di testa che vi corrispondono, o segnando su queste facce le parti da togliersi secondo la pianta ed il profilo, come si è detto per l'arco precedente.

Finalmente se il muro diminuisce di grossezza in pianta ed in alzato, come quello indicato dalla pianta figura 11 e dal profilo figura 12, si supporrà che ciascun peduccio sia compreso in un muro la cui grossezza è eguale alla maggior larghezza in cui si trova compreso ciascun peduccio, da cui si taglieranno le parti necessarie per formare lo sbieco ed il pendio col mezzo dello sviluppo delle commessure e delle teste.

Per facilitare di più l'intelligenza delle figure di questa tavola indipendentemente dalla spiegazione, si sono indicate colle stesse cifre e lettere tutte le parti simili e corrispondenti nella pianta, nello spaccato, nello sviluppo e nelle figure dei peducci, inoltre si è avuto cura di distinguere ciò che appartiene a ciascun arco, collo stesso numero di piccole unità collocate sopra le cifre o lettere che si trovano nel loro piano: non se ne sono messe nell'alzato perchè è comune a tutti.

Il Padre Guarini nel suo *Trattato d'Architettura civile* ha dato una figura attissima a far comprendere lo sviluppo degli archi terminati da facce rette, oblique o circolari. Questa figura rappresentata nella tavola XXXIV, consiste in un mezzo cilindro ABCD, involupato da archi con estradosso di eguale grossezza ai quali serve di centinatura o di nocciuolo. Questo semi-cilindro rappresentato geometricamente dalla figura 1 ed in profilo dalla figura 2, lo è pure dalla figura 3, che ne presenta la prospettiva a 45 gradi.

Lo sviluppo di ciascuno di questi archi è espresso dalle figure 4, 5, 6 e 7. I peducci vi sono rappresentati posti sul loro estradosso, in guisa che le commessure sembrano aperte all'intradosso, ove formano angoli che separano le facce.

Lo sviluppo dell'arco retto EF è rappresentato dalla figura 4; quello dell'arco GHI, composto di due parti ad angolo, è indicato dalla figura 5.

La figura 6 presenta quello di LMN, la cui pianta è circolare.

L'arco OPQ, che è pure di pianta circolare ma situato obliquamente rapporto all'asse del cilindro, è rappresentato dalla figura 7.

Per fare questi sviluppi si prende sul profilo figura 2, la larghezza delle facce dell'estradosso che si porta sopra una linea retta df , figura 4, supposta perpendicolare all'asse, in $d, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ ed f .

Per l'arco retto EF, basta condurre una parallela a df ad una distanza eguale alla grossezza di quest'arco. Divisa quindi ciascuna di queste facce dell'estradosso in due parti eguali, si porterà da ciascun lato la metà della larghezza della faccia inferiore, e siccome è più stretta di quella dell'estradosso, le linee tirate dai punti $a, 1; 2, 2; 3, 3; 4, 4; 5, 5; 6, 6$ e b lasceranno da ciascun lato degli spazi che rappresenteranno le commesure in iscorcio.

Ma per gli archi GHI, LMN, OPQ le cui facce sono oblique o circolari, sarà d'uopo condurre sulla proiezione orizzontale, figura 1, una retta KR perpendicolare all'asse che passa, se si vuole, per una delle estremità più sporgenti, come il punto H per l'arco GHI, il punto M per l'arco LMN, ed R per OPQ.

Quindi si prolungheranno le linee dai punti d'estradosso e d'intradosso fino all'incontro di ciascuna direttrice. Per l'arco GHI, per esempio, si farà lo sviluppo delle facce d'intradosso col portare, come abbiamo già detto, la loro larghezza presa sul profilo figura 2, sulla direttrice sviluppata an , figura 5, da a in g, h, i, k, l, m ed n ; tirate per questi punti delle perpendicolari indefinite, si porterà su ciascuna la distanza delle loro estremità, alla direttrice KR, presa sulla figura 1: così le distanze $ed, g7, h8, i9, k10, l11, m12$ ed nf , si porteranno in $ad, g7, h8, i9, k10, l11, m12$ ed nf , sullo sviluppo figura 5. Quindi sulla figura 1 si prenderanno le grossezze $d, d; 7, 7; 8, 8; ecc.$, che si porteranno sullo sviluppo figura 5, da d' in d'' , da 7 in 7, da 8 in 8, ecc.; e delineando per tutti questi punti le curve $d''ll''f''$ e $d''ll''f''$, si avranno le facce d'estradosso.

Per quelle d'intradosso, si prenderà sul profilo figura 2, la metà della differenza delle facce interiori ed esteriori, la quale troverassi conducendo due parallele alle linee che passa-

no pel mezzo di ciascun peduccio, come 3r e 4r, rapporto alla chiave.

Gli archi de' quali si tratta avendo l'estradosso di eguale grossezza, le differenze 9r ed 10 sono dovunque le stesse, ed rs dà sempre la larghezza della faccia inferiore: così per avere la posizione di quest'ultima, si porteranno 9r ed 10 sulla linea an dello sviluppo, figura 5, in $a, a; 1, 9; 9, 1; 1, h$, ecc., e dopo aver condotte dai punti a e da tutti i punti 1 delle parallele indefinite, si porterà sopra ciascuna la grandezza delle linee corrispondenti disegnate sul cilindro, cioè $a, a; 1, 1; 2, 2; 3, 3; ecc.$ della figura 1, in $a, a'; 1, 2; 1, 3; 1, 4$, ecc., dello sviluppo, figura 5. Siccome le linee terminanti ciascuna faccia in questo senso, sono linee curve, conviene per maggior precisione, prendere per ognuna una misura in mezzo alla faccia, e si avrà la curva dei lati opposti portando dovunque una distanza eguale a $d'd'$.

Per connettere queste due facce e dar loro l'apparenza di cunei rovesci, si tireranno le linee $a'd', a''d', 27, 72, 38, 83, 49, 94$, che rappresenteranno le commesure in iscorcio.

Si troveranno gli sviluppi, figure 6 e 7, degli altri due archi LMN, OPQ, operando come si è spiegato. Si sono segnate sulle proiezioni e sugli sviluppi di ciascuno, le stesse cifre e le stesse lettere, in modo che può ad essi applicarsi la spiegazione che abbiamo data per l'arco GHI.

Archi retti, obliqui ed inclinati nei muri di pianta circolare, chiamati anche tamburi.

Dietro ciò che si è detto relativamente alle figure delle due Tavole precedenti, rimane poco a dirsi su questo. Si osserverà soltanto che la figura 1, Tavola XXXV, offre la proiezione verticale o alzata di faccia comune ai tre archi.

La figura 2 rappresenta la proiezione orizzontale dell'arco retto, cioè di quello la cui linea di mezzo è perpendicolare alla curva del muro in pianta.

La figura 3 rappresenta il suo profilo od alzata, e la figura 4 lo sviluppo.

Si è espressa nella figura 5 la pianta di un arco di tamburo, la cui faccia non è parallela alla tangente della curva della pianta; la figura 6 ne indica il profilo, e la figura 7 lo sviluppo.

La figura 8 presenta lo stesso arco in isbieco in un muro inclinato; il profilo è espresso nella figura 9, e lo sviluppo dalla figura 10.

I cunei E, F, G, rappresentati in prospet-

tiva, dipendono dall' arco proiettato in pianta-figura 2.

I peducci E'' , G'' corrispondono all' arco obbliquo, figura 5, e quelli indicati E''' , G''' corrispondono all' arco obbliquo ed inclinato, figura 8.

Si suppone che questi cunei sieno stati tagliati dapprima per archi di muri retti o che

se ne sieno levate col mezzo dei modani delle facce, le parti eccedenti onde formarne le curvature.

Inoltre le stesse lettere e le stesse cifre ripetute per indicare in ciascuna figura le parti corrispondenti, bastano per facilitarne l' intelligenza.

CAPO SECONDO

DELLE VOLTE ED ARCHI A SCHIANCIO. (1)

LLe porte e le finestre a volta differiscono dagli archi pei battenti ed appoggi che si fanno nella grossezza del muro onde fissare le saracinesche o imposte che servono a chiuderne i vani o le aperture, come vedesi nelle piante, figure 3 e 6, della Tavola XXXVII, che rappresentano queste volte come si usano a Marsiglia ed a Mompellieri. Queste due differiscono tra loro in quanto che la prima è terminata da un arco di cerchio RO , figura 1, e la seconda da una linea retta RO , figura 4.

Queste volte sono specie di superficie coniche formate in un senso da linee rette che si congiungono con linee curve dalle quali sono terminate. L' apertura della porta termina d'ordinario in semicerchio; ed i battenti per collocare le imposte seguono la stessa curvatura, mentre gli spigoli estremi degli stipiti sono riuniti da un arco di 50 oppure di 60 gradi, il raggio del quale è molto più grande. Le congiunzioni delle facce rette degli stipiti colla volta non dovrebbero essere archi di cerchio come si pratica, ma bensì curve speciali, sia conica o no la superficie della volta.

Le superficie di queste volte si possono formare con diversi metodi geometrici e pratici secondo la regolarità ed esattezza che si vuol ottenere in tale specie di costruzioni.

Volta a schiancio di Marsiglia.

Primo metodo.

Se si suppone la curva oR , continuata fino all' incontro di una linea orizzontale che passi pel centro della semicirconfenza A , figura 1, Tavola XXXVI, e dopo aver divisa questa semicirconfenza in un numero determinato di parti eguali, per esempio in dieci, si tirino dal centro per ciascun punto di divisione delle linee rette prolungate fino all' incontro dell' arco FRO ; queste linee indicheranno tante sezioni di questa volta, tagliata da piani retti tendenti ad un medesimo asse, il cui punto di proiezione è indicato dalla lettera C , figura 1.

È essenziale notare che queste linee rette formanti questa volta sembrano nella figura 1 concorrere ad uno stesso centro C , mentre tendono realmente a diversi punti di uno stesso asse, del quale questo centro in tal caso è la proiezione.

Il muro essendo considerato compreso fra due superficie parallele, la sua grossezza, da per tutto la stessa, è indicata dalla linea ab , perpendicolare a bf , figura 4.

Su questa linea bf si porterà la grandezza delle linee di divisione tendenti al centro e comprese fra gli archi estremi FRO ed EVd , 1, 11; 2,

(1) I Francesi danno il nome di *coussures* a quella volta che ha per pianta un trapezio, e per intradosso una superficie gobba generata da una retta, la quale, muovendosi costantemente si appoggia a due date linee curve giacenti in due piani verticali condotti per due lati opposti di questo trapezio, e ad una linea retta orizzontale situata nel piano verticale che taglia per metà questi stessi due lati.

La versione di Mantova ritiene i termini francesi *coussure* ed *arrière-coussure*. A noi è piaciuto adottare la spiegazione che ne dà il Cavalieri Vol. II, pag. 105 § 651. 3.° Gli Editori.

12; 3, 13; 4, 14; 5, 15, ecc., figura 1; da δ in o , 11, 12, 13, 14, 15, ecc., figura 4.

Da tutti questi punti si condurranno al punto α delle linee che diano l'allungamento di quelle espresse in incorcio, figura 1. Per conoscere la distanza di questi punti a quelli della circonferenza EVd , che termina la volta dalla parte del battente, ad una distanza dal punto δ eguale al raggio EC , si eleverà un'altra perpendicolare a δf , prolungata in D . Questa perpendicolare Do rappresenta l'asse fino all'incontro del quale si sono prolungate le linee tirate dal punto α , che indicano i punti $e, g, h, i, k, l, m, n, p, q$ dell'asse ove ciascuna mette capo, e il loro allontanamento dal punto α , che indica la circonferenza EVd , figura 1.

Secondo metodo.

Queste volte si formano, siccome abbiamo detto, con linee rette che si ragguagliano con linee curve; ma siccome queste rette possono variare nel loro collocamento e nella direzione, così ne debbono risultare superficie diverse.

La volta precedente era formata da linee rette perpendicolari alla circonferenza interna e tendenti a diversi punti d'un medesimo asse: in questa, le linee rette sono oblique alle due circonferenze e tendono ad un sol punto che è il vertice di un cono scaleno tagliato da quattro piani, due dei quali paralleli FM, GL , figura 7, per le facce, formanti due sezioni circolari, e due altri divergenti in pianta, come BD , figura 8, per uno degli stipiti, e che formano sezioni iperboliche IN , figura 7.

Volta a schiancio di Mompellieri.

Questa volta, rappresentata dalla figura 10 fino alla 13, Tavola XXXVI, è compresa da una semicirconferenza di cerchio ed una linea retta. Essa si forma come l'antecedente, detta di Marsiglia, di cui abbiamo dato la descrizione, e che ne differisce soltanto per la linea di sommità che è retta in luogo di essere curva.

Altra maniera di fare queste volte.

Consiste essa nell'agguagliare la semicirconferenza di cerchio e la linea retta (ossia segmento) fra le quali è chiusa la volta, con curve che debbono essere quarti di ellisse, per pareggiarsi con tangenti ineguali formanti angoli retti.

La volta può essere formata di cerchi col-

locati gli uni avanti agli altri, come lo indica la figura 14; allora bastano tre quarti d'ellisse, uno de' quali pel pareggiamento del mezzo e gli altri due per le estremità, contro gli stipiti dei piedritti. Si tirano sopra ciascuno delle parallele indicanti l'allontanamento dei cerchi e i punti ove debbono terminare gli archi dei cerchi, il centro de' quali si trova sulla linea del mezzo, e la sommità sulle divisioni corrispondenti ai punti ove tagliano il quarto d'ellisse situato in mezzo alla chiave.

Per produrre una volta più regolare, si può descrivere un maggior numero di quarti d'ellisse, i quali debbono essere espressi in pianta con linee tendenti al medesimo punto di quelle degli stipiti.

Siccome si conoscono i due semiasse di ciascun quarto d'ellisse, è facile descriverla tanto con ordinate ad un quarto di cerchio il cui raggio sarebbe il semiasse minore, come col mezzo dei fuochi.

La corrispondenza delle cifre e delle lettere in tutte le figure, e la loro segnatura nell'ordine delle operazioni bastano per far ben comprendere ciò che si riferisce alla formazione di tali volte.

Negli sviluppi di questi due pezzi di taglio che presentiamo, Tavola XXXVII, queste volte a schiancio sono formate in quanto alla prima da una serie di linee rette ragguagliate con tre parti di cerchio e per la seconda con due parti di cerchio ed una linea retta. L'una di queste parti di cerchio è lo spigolo del battente rappresentato in pianta da EK , figure 3 e 6, in elevazione da ESP , figure 1 e 4, e in profilo da PE , figure 2 e 5: l'altra è l'arco RTE per lo sviluppo della porta, figure 1, 2, 4 e 5; e la terza è l'arco RO , figura 1, o la retta RO , figura 4.

È facile concepire che se dai punti R , figura 1 e 4, si conduce RV perpendicolare all'arco ESP , le rette formanti la parte superiore della volta a schiancio debbono andare dall'arco o linea retta RO all'arco SP ; e quella della parte inferiore dell'arco EV , figure 1 e 4, all'arco RTD .

Per determinare la posizione di queste linee, conviene dividere RO e VP in uno stesso numero di parti eguali o farle andare da un punto di divisione all'altro, come per gli archi RTE ed EV .

Quest'ultimo metodo renduto semplice dalla pratica differisce dai precedenti in ciò che le curve terminanti gli stipiti sono archi di cerchio simili a quello del battente della porta, invece d'essere determinati dall'intersezione dei

raggi della superficie conica con questi stessi stipiti.

Abbiamo qui compendiato quanto si riferisce allo sviluppo ed alla formazione delle superficie coniche in ragione delle particolarità nelle quali siamo entrati a tale riguardo nel Capo II, Sezione 2.^a di questo Libro, pagine 51 alle 52. Ne dedurremo ancora nuove conseguenze nel Libro settimo, Capo III, della 2.^a Sezione, ove ci occuperemo del rivestimento delle superficie in legname minuto. Del resto, questi due pezzi di taglio non presentano veruna nuova quistione per la stereotomia, da cui si possa prendere una compiuta intelligenza pei diversi sviluppi e proiezioni figurati sulla tavola stessa. Questi cenni debbono bastare per tutte quelle il cui disegno non esige una particolare istruzione.

Volta a schiancio di Sant'Antonio.

Questa volta rappresentata dalle figure 7, 8 e 9 è una specie di nicchia che ha per oggetto piuttosto la decorazione che l'utilità. Essa è una imitazione di quella immaginata da Clemente Metezeau architetto di Luigi XIII per decorare il lato della porta Sant'Antonio che guardava la città.

Questa volta serve ad agguagliare un arco a tutto sesto con una volta in piano.

Per farlo nella maniera più piacevole si riuniscono le commessure dell'arco con quelle della volta in piano col mezzo d'archi di cerchio.

In quanto al numero delle commessure, converrà dividere la circonferenza F , b , f , h , O e la linea retta IH , figura 7, in parti eguali, osservando che quest'ultima in totale deve contenere due divisioni meno della circonferenza.

Per trovare i centri della curvatura delle commessure, si tireranno le rette hi , fn , bm , sul mezzo delle quali si eleveranno delle perpendicolari che incontreranno IH prolungata nei punti 1, 2 e 3 che saranno i centri cercati.

Relativamente alla curvatura della volta, la quale deve variare nel punto di ciascuna commessura, comincerassi da quella che passerebbe pel mezzo della chiave, perchè deve servire a determinare le altre.

Questa curva dipende dalla spessezza IHF , e dall'altezza FO , figura 8. Essa può essere un quarto di cerchio se HF è eguale ad FO ; quella rappresentata da questa figura è un quarto d'ellisse i cui semiassi sono FO , FH : la si può descrivere o per mezzo delle ordinate ad un quarto di cerchio di cui FH sarebbe il raggio, o per mezzo dei fuochi. Quest'ultimo per essere più semplice, è stato da noi seguito. Sviluppati quindi gli archi hti , fn , brm , si sono presi per gli assi maggiori dei quarti d'ellisse, indicanti il suo incurvamento, disegnati sopra un'assicella flessibile.

Per risparmiare la pietra si può formare dapprima la superficie retta indicata dalle linee, nf , fh , hi ed in , figura 17; e per terminarla si possono adoperare, invece di quarti d'ellisse, de' segmenti che vi corrispondano.

È inutile dire che, per formare questa volta a schiancio, in luogo di un arco a tutto sesto si possono impiegare archi rialzati o abbassati, e che si possono anche fare rette invece di curve le commessure nella parte della volta; ma queste ultime non producono un così bell'effetto e ne risultano inoltre degli angoli acuti che si oppongono alle regole dell'apparecchio e della solidità.

CAPO TERZO

DELLE VOLTE A BOTTE CHE SI PENETRANO

L'incontro di una volta a botte con un'altra, forma in quella che è penetrata una specie di vuoto che chiamasi lunetta. La figura di questa lunetta, ed il ragguagliamento delle commessure che si riuniscono allo spigolo che la termina, variano in ragione dei diametri e delle curvature differenti delle volte a botte, e in ragione che s'incontrano ad angoli retti od obliqui tanto in pianta come in alzato. Queste modificazioni sono suscettibili di dare una infinità di figure diverse; ma siccome la maniera di svilupparle è fondata in uno stesso principio, basta farne l'applicazione a qualche esempio.

Convien osservare che in ogni specie di volte a botte le quali s'incontrano, si penetrano, o sono terminate da superficie non rette nè perpendicolari al loro asse, la difficoltà è solamente nelle parti formanti le facce o le riunioni di esse. Il resto delle volte a botte, qualunque sia la loro situazione, diviene un apparecchio ordinario.

Parlando dello sviluppo del cilindro obliquo, pagina 50 e figura 1, Tavola XXVI, e degli archi rappresentati nelle Tavole XXXIII, XXXIV, XXXV, pagine 73 alle 76 noi abbiám fatto vedere che l'obliquità dei loro lati e delle linee disegnate sulle loro superficie, si misurava secondo un piano perpendicolare al loro asse; lo stesso è delle facce delle volte a botte, e degli spigoli formati dall'incontro delle superficie di esse allorchè si penetrano.

Volta a botte circolare, o a tutto'sesto, penetrata da un'altra di diametro minore, che la incontra ad angolo retto.

Le figure 1, 2 e 3 della tavola XXXVIII rappresentano la pianta, lo spaccato, l'elevazione ed il profilo di queste due volte.

La proiezione in pianta delle commessure della volta maggiore è fatta secondo la sua curvatura od arco retto B, 1, 2, 3, 4 e G, come pure per la picciola volta p, a, b, c, d, e, f, g.

La circonferenza di ciascuno di questi archi essendo divisa nello stesso numero di parti eguali ne risulta che gli ordini dei peducci della volta più piccola sono meno larghi di quelli della maggiore; perciò furono necessari i pareggia-

menti *am*, *bk*, *ch*, *dg*, *ei*, *fl*, con tagli formanti risalti come si vede nella figura 3. Le perpendicolari abbassate da tutti i punti di questi pareggiamenti danno le proiezioni loro in pianta, figura 1, indicate colle stesse lettere.

La proiezione dello spigolo AHB, formante lunetta, è stata determinata colle parallele abbassate dai punti H, c, b, a, B, del profilo figura 2, le quali a causa della positura perpendicolare di essa volta minore, danno pure i punti d, e, f, A. Questo spigolo forma una curva a doppia curvatura chiamata da Frezier col nome di *cicloimbro*.

La figura 4 fa vedere lo sviluppo delle parti di faccia della volta minore compresa fra la linea retta p, q, la quale rappresenta le proiezioni dell'arco retto, e la linea formante lo spigolo della lunetta. Questo sviluppo differisce dalla proiezione in pianta, figura 1, in quanto che le larghezze delle facce e delle commessure vi sono rappresentate in tutta la loro estensione; altronde tutte le distanze alla linea pq sono eguali.

La figura 5 rappresenta in prospettiva la forma della chiave della lunetta, che avanza nella volta maggiore.

La figura 6 è quella dei peducci chiamati contro-chiavi, e la figura 7 rappresenta uno dei cuscinetti o primo peduccio comprendente l'origine delle due volte che s'incontrano in B. Per ciascuno di questi peducci si è indicata la massa in cui debb'essere compreso e le facce che devono esser fatte prima, per applicarvi quindi le assicelle che devono servire a delineare le incurvature e le commessure.

Per meglio agevolare l'intelligenza delle operazioni che abbiamo spiegato, si sono indicate colle stesse cifre e colle stesse lettere tutte le parti che si corrispondono.

Volta a botte retta, simile alla precedente, penetrata da un'altra di minor diametro, che la incontra obliquamente.

La proiezione della pianta, figura 8, lo spaccato ed il profilo, figura 9 di questa riunione di volte differiscono da quelli della precedente per la positura obliqua della volta mi-

nore che dà per lo spigolo della lunetta una curva formante una specie d' arco rampante in pianta ed in elevazione, figure 8 e 10.

La pianta figura 8, sulla quale si è descritta la proiezione delle commessure, è stata fatta col mezzo dei profili o archi retti, perpendicolari alla direzione di ciascuna volta, e divisi in peducci colla forma del loro estradosso, cioè: B, a, b, c, d, e, f, g pel minore, ed L, 4, 3, 2, 1, B pel maggiore, figura 9. In questa figura si è indicata la sezione della volta minore, per avere lo sporto di ciascuna di queste unioni nella maggiore, onde delineare in pianta la proiezione dello spigolo della lunetta, col mezzo di perpendicolari abbassate fino all'incontro delle unioni della volta minore descritte sulla pianta.

Questo spigolo formato dall'incontro delle due volte, dà una curva a doppia curvatura chiamata da Frezier *ellissimbro*, perchè la sua altezza è minore della metà del diametro che gli serve di base. Questa curva, del pari che il cicloimbro, di cui si è parlato trattando del pezzo precedente, può essere disegnata nel suo stato naturale solamente sopra una superficie curva simile a quella della grande o della picciola volta a botte. Così l'elevazione di questa curva, espressa dalla figura 10, è una proiezione verticale riferita alla linea AB, che la rappresenta in iscorcio.

Si può anche delineare questa curva in tutta la sua estensione sulla superficie sviluppata della volta minore, cioè sulle facce delle pareti, e si effettua applicando sopra ciascun peduccio quand'è incavato, il modello della faccia corrispondente ad esso; questo modello dev'essere fatto di cartone o di qualche altra materia flessibile.

Lo sviluppo delle facce esterne e delle commessure, figura 12, è stato fatto col mezzo della retta o direttrice Bg, eguale alla circonferenza B, a, b, c, d, e, f, g, dell'arco retto della volta minore; per questi punti che indicano le divisioni delle facce, si sono condotte delle perpendicolari sulle quali

si sono portate sopra e sotto della direttrice Bg, le larghezze a'r ed ra"; b's ed sb"; c't ed te"; d'u ed ud"; ev e ve"; f' x ed xf', prese sulla pianta di proiezione, figura 8, secondo la linea Bg.

Si è operato nello stesso modo per le facce delle commessure; così dopo aver prese le loro larghezze sull'arco primitivo della volta indicato da a, 13; b, 8; c, 9; d, 10; e, 11; f, 12, si sono portate le loro lunghezze dopo la linea Bg, indicate sulla proiezione della volta minore colle linee punteggiate n, 14 e 14, 9"; h, 15 e g, 16; o, 17 e 17 10", ecc.; e il dippiù come si è detto pel pezzo precedente. Non si deve obbliare che questo sviluppo è l'estensione in larghezza della proiezione orizzontale della volta minore, rappresentata dalla figura 8.

La figura 13 rappresenta il primo peduccio o cuscinetto corrispondente all'angolo ottuso, colla massa di pietra nella quale è compreso. Tutti gli angoli sono indicati colle lettere stesse della proiezione orizzontale figura 8.

OSSERVAZIONE

L'effetto spiacevole risultante dall'incontro di due botti oblique serve a confermare ciò che più sopra abbiamo detto, cioè: *ciò che urta o per forma o per disposizione è quasi sempre contrario alla solidità*. Così nel pezzo ora descritto l'obliquità dà luogo ad angoli ineguali, che, indipendentemente dall'irregolarità della loro forma, producono degli sforzi che non si corrispondono punto, ed angoli acuti viziosi.

La figura 14 indica la maniera di correggere questa irregolarità e di formare una costruzione più solida, sopprimendo l'angolo acuto, col mezzo di una parte di volta a botte ABCD perpendicolare alla volta maggiore, che si ragguaglierebbe con la parte obliqua, quando non si possano evitare queste penetrazioni irregolari.

CAPO QUARTO

DELLE DISCESE

Quando l'obliquità di una volta a botte che ne incontra un'altra è nel senso dell'altezza le si dà il nome di discesa. Tali sono le volte che si praticano sopra le scale discendenti nei sotterranei a volta, o sotto i gradini ed i rami delle scale.

Discesa retta incontrante una volta a botte.

Colle figure 1 e 2 della Tavola XXXIX si è rappresentata una volta a botte in declivio che ne incontra un'altra più grande ed orizzontale, ad angoli retti.

Gli sviluppi o proiezioni orizzontali di questo pezzo di taglio sono fatti colle stesse operazioni de' precedenti.

Ma conviene osservare che la proiezione della picciola botte, figura 1, che negli esempi precedenti dava le vere lunghezze delle commisure, in questo caso le presenta accorciate a causa dell'inclinazione di essa, espressa dal profilo, figura 2. In conseguenza, per questo caso, lo sviluppo delle facce esterne e delle commisure è un'estensione in lunghezza ed in larghezza della loro espressione nella proiezione orizzontale, figura 1.

Le vere larghezze sono state prese sugli archi retti B, a, b, c, d, e, f, g, h, A per la picciola botte, e sono le stesse delle figure 4 e 5; e dell'arco G, 4, 3, 2, 1, per la metà della maggiore, figura 3. Quando alle lunghezze, sono tutte prese sul profilo, figura 2.

La figura 7 rappresenta la forma del primo peduccio o cuscinetto corrispondente all'angolo B, figura 1.

La figura 8 è quella del terzo peduccio.

La figura 9, quella della contro-chiave, e la figura 10 indica la forma della chiave.

Dietro tutto ciò che è stato spiegato pei due pezzi precedenti, siccome le lettere e le cifre simili indicano per questo, in ogni figura, le parti corrispondenti, faremo a meno di più lunga spiegazione. Altronde se s'incontrasse

qualche difficoltà, sarebbe a proposito il rivedere ciò che si è detto nel Capo I, 2.^a sezione di questo Libro dalla pagina 45 alla 48, perchè vi si trovano tutti i principi ne quali sono fondate le operazioni dell'arte di disegnare tanto le proiezioni quanto gli sviluppi.

Discesa in isbieco incontrante una botte.

Le figure 11 e 12 rappresentano la proiezione orizzontale ed il profilo di una volta a botte che ha una doppia obliquità, rapporto a quella ch'essa incontra. Da questa situazione risulta che non si possono avere nè sopra una nè sopra l'altra di queste figure le vere grandezze che rappresentano.

È perciò necessario un secondo profilo, figura 13, sulla faccia AD, per avere le lunghezze delle commisure onde formare lo sviluppo delle facce, figura 15, le cui larghezze sono date con archi retti ed archi di fronte.

È utile osservare che la volta maggiore essendo obliqua a questa proiezione, il profilo della sua curvatura rappresentato dall'arco HB nella figura 12, si trova espresso in questo profilo da proiezioni di ellissi simili, determinate da perpendicolari elevate da tutti i punti ne quali la proiezione in pianta delle commisure taglia la linea AB supposta orizzontale, e continuate fino all'incontro delle giunture del nuovo profilo.

Le figure 17, 18 e 19 indicano la forma dei tre primi peducci corrispondenti all'angolo A, colla massa in cui sono compresi, come pure le commisure e le facce sulle quali devono essere applicati i modani delle pareti, delle teste e delle commisure.

Come nei pezzi precedenti, si sono indicate colle stesse lettere le parti che si corrispondono, in modo che basta esaminarle con attenzione per intenderle bene indipendentemente da veruna spiegazione.

OSSERVAZIONE

Gli angoli acuti risultanti dalla doppia obliquità della volta a botte minore, e l'irregolarità dello spigolo formato dall'incontro di due botte, ci obbliga a ripetere ciò che abbiamo detto sulla botte a sbieco della Tavola precedente, figura 8; cioè che sarebbe necessario sopprimere gli angoli acuti, ancor più viziosi in questo che nell'altro pezzo, a causa dell'inclinazione della botte minore, che rimanda sopra questi angoli un peso più grande.

Se si è ben inteso questo pezzo di taglio, che è uno dei più complicati sulle volte a botte che si penetrano, si potranno facilmente risolvere tutte le difficoltà dello stesso genere qualunque sia in pianta ed in elevazione la forma delle volte a botte che s'incontrano; alzate sopra muri retti o circolari in pianta; a tutto sesto, rialzati od abbassati; formate con archi di cerchio, d'ellissi, o d'altre curve qualunque prese pel loro arco dritto, e di cui si troverà lo scorcio o l'allungamento, coi processi per noi indicati nei pezzi precedenti.

CAPO QUINTO

DELLE VOLTE A CROCIERA

Due volte a botte d' eguale altezza di curvatura le quali s' incrocicchiano, formano alla loro riunione angoli sporgenti che hanno fatto dare a questo complesso il nome di volta a crociera. Siccome una stessa volta a botte può essere intersecata da molte altre spaziate egualmente o inegualmente, parallele fra loro od oblique, orizzontali o inclinate, ne risulta che essa può presentare un' infinità di combinazioni diverse, suscettibili anche ad essere aumentate dalla varietà delle curve impiegate per la curvatura primitiva; ma conviene osservare che in questo infinito numero di combinazioni, solamente gli spigoli o parti comuni alle volte a botte che s' intersecano sono quelli che presentano qualche difficoltà e che altronde la maniera d' operare è la stessa per tutti i casi possibili. Tre esempi basteranno per guidare nelle operazioni di questo genere, e far conoscere le combinazioni che si debbono evitare per unire la regolarità alla solidità.

Volta a crociera sopra una pianta rettangola.

Questo primo esempio di volta a crociera rappresentato dalle figure 1, 2 e 3 della Tavola XL, è formato da due volte a botte di una stessa altezza di curvatura e di diametri diversi, che s' intersecano ad angoli retti.

Per evitare il cattivo effetto risultante dalle curvature rialzate si è preso per curvatura primitiva quella della picciola formata da un quarto di circonferenza di cerchio AEB, figura 2, che dà delle curvature ellittiche ribassate DEF, e CII per la maggiore, e per gli spigoli formati dall' incrocicchamento di queste volte.

Convien osservare che quando gli spigoli hanno una stessa altezza di curvatura, la proiezione in pianta degli spigoli IC, IG, figura 1, è sempre una linea retta, perchè si suppone ciascuna lunetta formata da parti di cilindri tagliati obliquamente da piani verticali che riuniscono in I, ove formano un angolo CIG.

Se la pianta formata dall' intersecamento delle due botti è un quadrato, gli angoli delle lunette sono retti; ma se è un rettangolo come nella volta di cui si tratta, gli angoli delle parti

che si congiungono sono complementi l' uno dell' altro, cioè la loro somma è eguale a due angoli retti; in guisa che l' angolo della lunetta corrispondente alla volta maggiore è ottuso, e l' altro è tanto più acuto quanto più i lati del rettangolo differiscono fra loro.

La proiezione delle unioni in questa specie di volta, figura 1, si fa abbassando dai punti di divisione degli archi retti della picciola e della grande, delle parallele all' asse fino all' incontro delle diagonali indicanti gli spigoli delle lunette.

Trattandosi in quest' esempio di una volta regolare si è fatta la proiezione di una metà, dovendo l' altra essere perfettamente simile.

Convien osservare che le proiezioni delle unioni dell' intradosso o faccia inferiore dell' arco retto della volta minore sono quelle che danno le proiezioni delle unioni della maggiore; perchè la regolarità e la simmetria dell' apparecchio esigono che le unioni di ciascuna parte della volta a botte sieno parallele al loro asse e che s' incontrino sulla proiezione degli spigoli formati dalla loro riunione.

Su queste ultime unioni prolungate oltre la linea DF, rappresentante il diametro della volta maggiore, si è portata dalla destra e dalla sinistra dell' asse EI la grandezza delle ordinate al quarto di cerchio EB formante l' arco retto della picciola, cioè 1b in 5f e 12n; 2c in 6g ed 11m; 3d in 7h e 10l; 4e in 8i e 9k; quindi pei punti D, f, g, h, i, k, l, m, n, F, si è descritta una semiellisse che è la curva dell' intradosso della volta maggiore. Per aver quella dell' estradosso si sono abbassate dai punti 13, 14 e 15 dell' arco retto della picciola volta altre parallele all' asse fino all' incontro della diagonale IC nei punti 17, 18 e C, pei quali si sono condotte delle parallele ad IK, sulle quali si sono portate, partendo dal diametro DF, B15 da D in 19 e da F in 24; 25, 14 da 27 in 20 e da 30 in 23; 26, 13 da 28 in 21 e da 29 in 22; e pei punti 19, 20, 21, 22, 23 e 24, si è descritta la curva d' estradosso corrispondente alla volta maggiore.

L' uso ordinario di disegnare i tagli di que-

sta specie di volta è di condurre le linee pei punti 19, *g*, *h*, 20; *i*, 21; *k*, 22; *l*, 23 ed *m*, 24, corrispondenti dall'intradosso all'estradosso della volta; ma risulta che questi tagli tendendo tutti al punto *K*, metà di *DF*, non sono perpendicolari alla curva dell'intradosso *DEF*, che è un'ellisse; e che invece di formare degli angoli eguali, producono angoli acuti ed ottusi, il che deroga al principio generale del taglio delle pietre, e diviene tanto più viziosa quanto è più grande la differenza fra i diametri delle due volte. Questa pratica difettosa che si trova indicata da molte opere sul taglio delle pietre, proviene dal supporre che il piano verticale secante il cilindro secondo le diagonali *AI* ed *IB* debba pur tagliare la grossezza della volta nella stessa direzione. Questa supposizione appunto dà unioni che non sono perpendicolari alla curva allungata della volta a botte ellittica.

Per evitare questa disposizione viziosa è necessario che le sole unioni apparenti dell'intradosso s'incontrino sulle diagonali, e che si dia secondo queste linee a ciascuna volta il taglio che le conviene. Con tal metodo si soddisfa alla regolarità apparente ed alla solidità che deve sempre essere l'oggetto essenziale.

Da quest'ultima disposizione risulta che la proiezione dello spigolo rientrante dell'estradosso non corrisponde esattamente allo spigolo sporgente dell'intradosso; ma questo leggiero inconveniente, che si conosce sulle particolarità, è nullo in confronto di quello di non avere le unioni perpendicolari alla curva.

Nella proiezione *CDIK*, figura 1, e nel profilo corrispondente *DEL*, figura 3, si è espresso l'uso adottato pel rimando delle unioni dell'estradosso; ma nella proiezione *IGFK* e profilo *FEL*, si sono fatti i tagli della volta a botte ellittica perpendicolari alla sua curva. Conviene sempre seguire questa disposizione per lo sviluppo dei peducci formanti spigoli, i quali come abbiamo detto sono le sole parti delle volte a crociera che presentino qualche difficoltà.

Primo modo di delineare le pietre per isquadratura.

Sulla proiezione in pianta *BAICDK*, figura 1, si disegnerà la disposizione dei peducci formanti gli spigoli, e la massa quadrata nella quale debbono essere contenuti, e s'indicherà del pari sui due profili che vi corrispondono: ciò fatto, per delineare le pietre che devono formare tali peducci, quello per esempio indicato in pianta dal rettangolo *td' CA'* ed in alza-

to, figura 2, da *d'*, 38, 39, 40, e figura 3, da 41, 42, 43, 44; scelta che sia una pietra bastantemente grande perchè questo peduccio vi possa essere compreso, si fa appianare la superficie inferiore sulla quale si descrive il rettangolo *d', t, h', C*; quindi si fanno tagliare in isquadro con questa superficie le unioni indicate dalle linee *Ca'* e *CA'*. Sulla commessura *d' C* si descrive con un modano od altrimenti la faccia 14, *d, e*, 15 del profilo; figura 2, e sulla commessura *CA'* la faccia 9, 19, 20, *h* del profilo, figura 3. Abbattendo quindi la pietra superflua si formano le superficie d'intradosso e quelle dell'estradosso, che debbono essere terminate in linea retta nel senso di *th'* e di *td'* e in linea curva sugli altri due lati. L'incontro di queste due superficie formerà naturalmente al di sotto lo spigolo dell'intradosso sporgente e al di sopra quello dell'estradosso rientrante, come si vede dalla figura 4.

Circa alla chiave, figura 5, fatta che sia la superficie al di sotto provvisoriamente retta in tutta la sua estensione, vi si disegnerà il rettangolo *x, y, z, z'* colle diagonali e colle linee del mezzo che s'intersechino nel punto *I*; colla squadra si faranno le quattro commessure all'intorno, e sulle due indicate dalle parallele *xx'*, *yz*, si delineerà la faccia della chiave della volta a botte circolare, figura 2; e sulle altre due facce quella della ellittica, secondo il profilo figura 3; abbattendo in seguito, come si è detto pel peduccio antecedente, la pietra superflua, e formando le superficie indicate, si sarà eseguita la chiave come lo esprime questa figura. Gli altri peducci si segnano e si formano nella stessa maniera.

Altra maniera coi modani delle facce e la falsa squadra.

Il metodo precedente ha il vantaggio di esser facile e di offrire risultamenti giustissimi; ma produce molto maggior perdita nella pietra, che in tutt'i casi è necessario risparmiare. Si opera in una maniera più economica facendo uso pel peduccio *e', d', t, h', g', u'*, dei modelli piani indicati dalle linee rette *d, e*, figura 2, e *g, h*, figura 3, invece dei pezzi *d, d', e*; e *g, h*, 41, *h*. Questi modelli sono rappresentati in iscorcio nella proiezione in pianta, figura 1, ove sono indicate con lettere *u, e'*, *d', t*; ed *u, g', h', t* formanti colla loro unione uno spigolo in *tu*.

Per trovar l'angolo che queste due facce devono formare, misurato sulla linea *334'* per-

pendicolare a tu , convien condurre sulla parte della curva di spigolo $t'u'$, corrispondente a tu , una linea retta $t'u'$, e dal punto t una parallela indefinita ad IC ; prolungata 334' fino all'incontro di questa parallela al punto 34, da questo punto si abbasserà sopra $t'u'$ una perpendicolare 34, 35, che si porterà da 36 in 37; tirando quindi le linee 33, 37 e 37, h' , esprimeranno l'angolo che debbono formare le due facce nel punto dello spigolo tu .

Per disegnare la pietra che deve formare questo peduccio, si leverà con una falsa squadra, cioè con due regoli uniti insieme a cerniera per formare un angolo qualunque, l'angolo 33, 37, h' ; presa quindi una pietra di grandezza conveniente, figura 6, si tirerà nel mezzo una linea retta indefinita per rappresentare tu : indi colla falsa squadra posata perpendicolarmente a questa linea, si formerà l'angolo di riunione delle pareti piane. Sulle due facce che ne risulteranno, si metteranno i modelli di queste stesse sviluppate, in guisa che si congiungano sullo spigolo $t'u'$.

Descritte le facce piane col mezzo di tali modelli o in un altro modo, si faranno lungo le linee $g'h''$ e $d'e''$ prolungate, due commesure formanti angoli retti colle pareti. Fatte queste commesure vi si applicheranno i modelli delle teste, cioè 14, d' , c' , 15, sopra $d'e''$ e 19, g' , h' , 20, sopra $g'h''$; si terminerà il peduccio abbattendo la pietra superflua secondo il disegno dei modelli, come indica questa figura.

Lo sviluppo dei modelli delle facce può farsi come è stato spiegato pei pezzi precedenti; prendendo la loro larghezza sugli archi, figure 2 e 3, e le lunghezze sulla proiezione orizzontale, figura 1, secondo le linee GO e GC prese per direttrici. Sullo sviluppo intero si nota quello delle parti che formano gli spigoli. Si può anche disporli come si vede nella figura 7.

Per fare lo sviluppo di questi spigoli, si sono tirate sulla loro proiezione, figura 1, da una parte le diagonali qk'' , pl'' , om'' , gn'' , e dall'altra qe'' , pd'' , oc'' e gb'' . Considerando quindi che tali diagonali accorciate formano uno dei lati di un triangolo rettangolo di cui l'altro lato è la differenza fra l'altezza dei punti G , o , p , q , e quella dei punti n'' , m'' , l'' e k'' , da una parte, e b'' , c'' , d'' e e'' dall'altra, in guisa che la vera grandezza di queste diagonali è espressa dall'ipotenusa di ciascuno di tali triangoli; ne risulta che se si porta qk'' sulla curvatura figura 3 da g' in q'' , l'ipotenusa kg'' sarà la grandezza sviluppata di qk'' , figura 1; quella dello spigolo ry o del

suo eguale st è espressa dal lato $s't'$ inscritto nella curva dello spigolo.

I lati rk'' , ql'' essendo espressi in pianta nella loro grandezza, si ha tutto ciò che necessita per descrivere la faccia $ryl'k''$ in tutta la sua estensione: tirata una linea indefinita rG , figura 7, si porterà sulla grandezza sviluppata dello spigolo ry eguale ad $s't'$. Quindi per la parte corrispondente alla lunetta grande, dal punto r come centro e col raggio rk'' si descriverà un arco di cerchio che si taglierà con un altro descritto dal punto q con un raggio eguale alla diagonale qk'' sviluppata, presa sulla curvatura figura 3, da k' in q'' . Dal punto q col raggio ql'' preso sulla proiezione, figura 1, si descriverà un arco di cerchio che s'incontrerà con un altro descritto dal punto k'' , figura 7, con un raggio eguale alla corda kl' della curvatura della figura 3.

Per la parte corrispondente alla picciola lunetta, si descriverà dal punto r come centro, figura 7, e col raggio re'' , preso sulla figura 1, un arco che si intersecherà con un altro descritto dal punto q , e con raggio eguale alla diagonale qe'' sviluppata, presa sulla curvatura, figura 2, da e' in q'' ; quindi dal punto q come centro e col raggio qd'' preso sulla proiezione figura 1, si descriverà un arco di cerchio che s'incrocierà con un altro descritto dal punto e'' con un raggio eguale alla corda de' della curvatura figura 2.

Si disegneranno gli altri modelli delle facce, figure 8, 9 e 10, facendo i lati qd'' , ql'' , pc'' , pm'' , pc'' , pm'' , ob'' , on'' , ob'' , on'' , G 46 e G 45, eguali a quelli della proiezione, figura 1; le diagonali pl'' , om'' , gn'' eguali ad lp'' , mo'' ; nc'' della curvatura, figura 3, e le diagonali pd'' , oc'' e gb'' eguali a dp'' , co'' e bg'' della curvatura, figura 2.

I lati $m'l''$, $n'm''$ e 45 n'' eguali alle corde lm , mn , nf della curvatura, figura 3, e i lati $d''c''$, $c''b''$, b'' 46 eguali alle corde dc , cb e db della curvatura figura 2.

Volta a crociera irregolare, sopra un quadrilatero a lati ineguali. (Figura 11)

La curvatura primitiva donde derivano tutte le altre curvature di questa volta è una semicirconferenza di cerchio, figura 12, messa perpendicolare all'asse della lunetta corrispondente al lato minore. Questa curvatura sulla quale si è determinata la divisione dei peducci e la forma dell'estradosso, dà delle ellissi più o meno allungate per ciascuna faccia, rappresentate dalle figure 13, 14, 15 e 16, e per gli spigoli

formati dall'incontro delle quattro parti di volta a botte, figura 11.

Si è determinata la direzione di queste volte a botte dividendo ciascun lato in due parti eguali, e tirando dal centro I, ove s'intersecano le diagonali rappresentanti gli spigoli, le linee rette IE, IF, IG ed IH, a ciascun punto di mezzo.

Le commessure apparenti dell'intradosso, indicanti gli ordini dei peducci, sono rappresentate in questa figura, o proiezione, con parallele alle linee IE, IF, IG, IH. Si sono indicate pure quelle dei peducci formanti gli spigoli e le chiavi, con linee parallele a ciascuna faccia, onde rendere meno disgustosa l'irregolarità della pianta.

Le figure 17, 18, 19 e 20 esprimono gli sviluppi delle facce piane dei peducci dello spigolo IC, e le figure 21, 22, 23 e 24 quelli dei peducci dello spigolo ID.

Essi sono stati fatti col metodo indicato nella volta precedente, cercando l'allungamento delle diagonali, e delle corde rappresentate in iscorcio in questa proiezione, come sono $d'''e'''$, $d'''f'''$ e $c'd'''$ pel peduccio indicato dalle lettere M', N' (che si trovano pure sulle curvature, figure 13 e 14), sulle facce corrispondenti di questo peduccio indicato colle stesse lettere sulla curvatura dello spigolo, cioè per M, d^3c^4 per $d'''e'''$; d^4l^4 per $d'''f'''$; e per N, $c'd^4$, per $c'd'''$, b^3d^4 per b^3d''' , ed l^3m^3 dello spigolo per b^3m^3 ; e così delle altre.

Si può far a meno di questi sviluppi, descrivendo i peducci con semisquadrature: così pel peduccio rappresentato dalla figura 25, si suppone essersi tagliato un prisma avente per base la proiezione indicata dalle lettere LK; si è segnata in essa la massa di pietra in cui è compreso il peduccio, che è delineata pure sulla proiezione e le curvature, figure 14 e 15, che rappresentano due facce di questo peduccio indicate LK.

In questa figura, come in tutte le altre relative a questa volta, le parti corrispondenti sono indicate dalle stesse lettere in modo che il solo studio delle figure basta, dopo ciò che abbiamo detto, alla intelligenza di tutte le parti di questa volta.

Volta a crociera sopra un esagono regolare.

La figura 1 della Tavola XLI presenta le particolarità o proiezione orizzontale di questa volta. Vedesi oh' essa è composta di sei parti di volta a botte, tagliate in modo da formare delle lunette simili che si riuniscono nel punto G.

La direzione di queste volte è perpendicolare ai lati del poligono a cui corrispondono, in guisa che gli assi combinano di due in due sui lati opposti.

Le linee di proiezioni, indicanti gli ordini dei peducci, sono parallele a questi assi e s'incontrano sulle diagonali o raggi che rappresentano gli spigoli, sulle quali esse formano angoli di 60 gradi, disposti regolarmente attorno il centro G, corrispondente ad una sola chiave, la cui figura è simile alla pianta della volta. Queste proiezioni sono state fatte secondo la curvatura primitiva figura 2, che è la stessa per tutte le lunette a causa della regolarità della volta.

La figura 3 rappresenta una sezione di questa volta sulla linea HGI, che fa vedere la curvatura degli spigoli, la lunetta K in faccia e le due L ed E vedute in fianco od in iscorcio.

Convien osservare che in questa volta, come nelle precedenti, la chiave ed i peducci formanti gli spigoli presentano qualche difficoltà nell'esecuzione, mentre gli altri debbono essere considerati come peducci di volte comuni a botte.

Siccome si può prescindere dai modelli delle facce per segnare le pietre che debbono formare i peducci degli spigoli, così non si sono fatti; ma altronde si opera con maggior precisione servendosi delle proiezioni orizzontali.

In quanto alla chiave centrale rappresentata dalla figura 7, converrà cominciare dal levare il modano della sua proiezione in pianta, indicata G, figura 1, e quella di una delle sue facce o commessure verticali N, figura 2; fatta quindi appianare una delle facce della pietra, vi si applicherà il modello G per disegnarvi il suo contorno senza le incavature. Dato questo disegno si faranno tagliare le commessure all'intorno perpendicolari alla faccia appianata che è preparatoria. Fatte queste commessure vi si applicherà il modello N per disegnarne il profilo, cioè le curve d'estradosso e d'intradosso; si formerà poscia questa chiave tal quale è rappresentata a metà nella parte superiore della figura 7, abbattendo la pietra al di fuori delle linee disegnate.

È utile notare che dietro il genere d'apparecchio che esige questa volta, essendo tutte a piombo le commessure attorno la chiave centrale, essa trovasi sostenuta dagli angoli acuti 1, 2, 3 e 4 delle controchiavi, suscettibili di essere infranti al minimo sforzo. I tagli di questi angoli possono essere solamente rafforzati col sopprimere le chiavi particolari o, o delle volte a botte corrispondenti alla chiave centrale; ma

avviene allora che gli angoli acuti 1, 2, 3 ecc., degli spigoli che formano le controchiavi, non trovandosi più contenuti dalle chiavi particolari, divengono ancor più fragili. Così è meglio nelle volte a crociera di questo genere, prolungare la lunghezza delle chiavi particolari oltre gli angoli acuti degli spigoli formanti controchiavi, onde dare alla chiave centrale un taglio tutto attorno, come si è indicato per una metà nella proiezione, figura 1, colle cifre 7, 8, 9 e 10. Questo ultimo metodo è tanto più preferibile, quanto più sono acuti gli angoli degli spigoli, sia pel numero dei lati del poligono formante la pianta della volta, sia per la loro ineguaglianza, come nelle volte rettangole o a rombi, i lati contigui delle quali differiscono molto in grandezza.

Convien anche osservare che in tali specie di volte ogni parte di botte essendo sostenuta dalla sua chiave particolare, lo spazio occupato dalla chiave centrale potrebbe essere vuoto senza nuocere alla loro solidità; e che i tagli che si propone di dare a questa chiave hanno soltanto l'oggetto d'impedirle di strisciare e nulla aggiungono alla solidità del complesso.

Gli altri peducci degli spigoli rappresentati dalle figure 4, 5 e 6 sono delineati con semiquadrature. Si suppone che siasi cominciato dal far tagliare de' prismi di base simile alla loro proiezione in pianta presa sulla figura 1; si applicano quindi sulle facce o commessure che devono essere a piombo, le parti della curvatura primitiva, figura 2, che vi corrispondono.

Questi modelli soli bastano, dopo la prima preparazione, a descrivere e sviluppare le altre facce delle pietre che devono formare questi sviluppi.

Si sono rappresentati come negli esempi precedenti gli angoli di ciascuno di tali peducci con lettere e cifre corrispondenti alle figure 1, 2 e 3 per renderne facile l'intelligenza.

Volta gotica a crociera.

Le figure 8 e 9 della Tavola XLI presentano la pianta e la sezione di una volta gotica sopra una pianta esagona come quella della precedente. Queste specie di volte, come l'abbiamo già osservato nei preliminari della sezione 3.^a del Libro III, pagina 55, sono composte da una combinazione di archi retti o segmenti di cerchi, minori di 90 gradi, che si riuniscono per formare diversi compartimenti. Gli intervalli sono di pietre, murate in malta o in gesso; queste pietre sono piccole abbastanza per pre-

starsi senza bisogno di un taglio rigoroso alla curvatura di tali riempimenti.

Siccome tutti gli archi degli spigoli in questa volta sono simili, per eseguire i peducci che li compongono occorrono due modani presi al punto ove si staccano dai piloni; una sulla figura 8, che dà le superficie superiore ed inferiore, o sezioni, come *P'*, figura 11, e l'altra pel profilo dell'altezza compreso fra le curve d'estradosso e d'intradosso, *cyhd*, figura 9.

La chiave può essere considerata come una piramide tronca e rovesciata, la cui base è un esagono inscritto in un cerchio figura 14.

Il modo più conveniente di farla è con una semiquadratura. Si comincia dal far appianare una superficie preparatoria indicata dalla linea *lm*, figura 9, sulla quale avendo descritto il poligono espresso dalla figura 14, formante la base di questa piramide, si faranno tagliare le sue superficie inclinate secondo l'angolo *p, m, o*, figura 9. Sopra ciascuno delle sue superficie si tireranno a distanze indicate dalle lettere *k* ed *n* delle linee parallele, le prime delle quali indicheranno il contorno della commessura d'estradosso, e le altre quella d'intradosso. Il punto di pareggiamento degli archi è occupato dalla spessezza del rosettone o fondo di lampada, onde i costruttori gotici usavano ornare la parte inferiore della chiave principale delle grandi volte.

Siccome le origini degli archi degli spigoli e di quelli formanti lunetta si riuniscono sullo stesso pilone, la figura 10 fa vedere la maniera onde le sezioni si ragguagliano colla massa, laddove queste parti d'arco vi sono ancora impegnate.

Volte a doppia crociera e a tutto sesto.

Nelle volte a crociera semplice le parti di volta a botte formanti lunette sono supposte tagliate dal solo piano che forma la loro congiunzione immediata; ma nelle volte a crociera doppia come quella rappresentata dalle figure 1, 2 della Tavola XLII, invece di un solo piano *OE*, si suppongono due sezioni nel punto di ciascuna penetrazione *EP, EN*, formanti insieme un angolo più o meno aperto, e l'intervallo che lasciano fra loro è riempito da una terza parte di volta a botte che si accorda colle altre due.

Essendo queste volte a botte di diametri diversi si è presa la più piccola per formare la curvatura primitiva, che è una semicirconferenza di cerchio *ABD*; le altre curvature sono ellissi formate colle ordinate a questo cerchio.

Per fare la proiezione delle commessure indicanti gli ordini di peducci, si comincia come nella volta a crociera comune, dall'abbassare dalla curva primitiva ABD, figura 2, divisa in peducci, delle parallele all'asse BO fino all'incontro della diagonale OE ai punti 1, 2, 3 e 4, per un quarto di volta, essendo gli altri simili per la regolarità della figura: da questi punti si elevano altre parallele all'asse OR per formare la curvatura della botte grande HRI, figura 3. Fissata quindi la posizione dei doppi spigoli EP, EN, le cui proiezioni sono linee rette, dai punti e^1e^3 , f^1f^3 , g^1g^3 ed h^1h^3 ove queste linee sono tagliate da quelle che indicano la direzione dei primi peducci, se ne conducono altre che dinotano quelle delle commessure della parte di botte formante i doppi spigoli.

Quest' esempio ci offre una nuova occasione d'applicare il principio che prescrive doverci aver riguardo, nella formazione di tutte le specie di volte, alla specie di superficie che esse devono presentare. Le superficie di volte o parti di volte a botte essendo, come quelle dei cilindri a cui corrispondono, rette in un senso e curve nell'altro, il loro apparecchio deve essere disposto in modo che le commessure di letto, indicanti gli ordini dei peducci, seguano la direzione in linea retta e che le commessure saglienti che dividono ciascun ordine seguano la direzione in linea curva.

Così pel quarto delle volte di cui trattasi, le commessure di letto dei peducci seguono per ciascuna parte di botte la loro direzione in linea retta e parallela al loro asse; sono espresse sulla proiezione orizzontale figura 1, da tre linee per ogni ordine di peducci, indicati da h^1 , h^2 , h^3 ed h^4 ; g^1 , g^2 , g^3 e g^4 ; f^1 , f^2 , f^3 ed f^4 ; e^1 , e^2 , e^3 , e^4 corrispondenti da una parte alla semicurvatura primitiva figura 2, e dall'altra alla semicurvatura ellittica figura 3.

Queste linee essendo parallele al piano di proiezione, sono rappresentate nella loro grandezza e disposizione reale, mentre le commessure saglienti lk , lm , no e pg , sono proiezioni in iscorcio degli archi $Gh^5h^5g^5$, f^5e^5 , ed e^5R ; del pari che la linea retta CD è la proiezione del quarto di cerchio DB, e le rette EP, EN, GS sono proiezioni del quarto di ellissi di cui esse sono i semiassemi maggiori, essendo i minori tutti eguali al raggio CB.

Nella figura 4 si sono raccolti gli sviluppi delle facce piane dei tre primi peducci formanti doppi spigoli. Questi sviluppi sono fatti col metodo indicato nei pezzi precedenti. Il loro allungamento è preso sul quarto d'ellisse HTV

formante l'arco retto della botte in sezione terminato dai doppi spigoli.

La figura 5 rappresenta la prospettiva del quarto di questa volta, sul quale si è segnato l'apparecchio dei doppi spigoli.

Nella figura 6, si è fatto vedere il rilievo del terzo peduccio delineato con una semisquadratura secondo la sua proiezione in pianta; le facce di testa sono prese sulle curvature, figure 2, 3, e quelle di faccia sulla figura 4.

Come nei pezzi precedenti, si sono indicate colle stesse cifre e lettere, in ciascuna figura, le parti corrispondenti per meglio farne sentire i rapporti e gli sviluppi.

Convien osservare che questa disposizione di volta dà ottusi gli angoli degli spigoli e per conseguenza più solidi. La parte del mezzo formante un rombo divien piana e dev'essere apparecchiata come nelle volte di questo genere, con tagli su ciascun lato.

Queste volte, bene eseguite, presentano una forma piacevolissima e sembra che debbansi prestar alla decorazione meglio delle altre volte a crociera.

Invece di un rombo si può nel mezzo formare un soffitto tondo od ovale; ma allora l'apparecchio diviene più difficile e rigoroso perchè le commessure di letto delle parti di volta formanti i doppi spigoli divengono curve, e le loro superficie parti di volta sferica o sferoidale, di cui si tratta nella Sezione 6.^a di questo libro.

Volta gotica a triplice crociera.

Questa specie di volta è, come la volta gotica precedente, una combinazione di archi retti che si riuniscono ad una chiave centrale ed a molte altre chiavi particolari, in ragione degli scompartimenti che questi archi formano tra loro.

La parte di volta gotica, rappresentata dalle figure 7 ed 8, è del genere di quelle che si vedono nella Chiesa di S. Gervasio di Parigi come in molti altri di siffatti edifici.

Prima d'entrare in veruna particolarità è utile osservare che per la regolarità di questa specie di volta, bisogna che i centri di tutti gli archi o parti d'archi che le compongono sieno situati sopra un piano orizzontale passante all'altezza delle origini.

Dati gli archi doppi indicati in pianta da AB, CD, e quelli formanti le diagonali EF, figure 7 ed 8, si determinerà prima la curvatura GH passante pel mezzo dei lati che formano la pianta della volta. Perciò tirata che sia

la corda GH., si eleverà pel suo mezzo una perpendicolare prolungata fino al punto L ove incontra la linea AM segnata sul piano orizzontale che passa nel luogo delle origini della volta: questo punto sarà il centro dell' arco GH che deve formare questa curvatura e pareggiarsi colle chiavi dei due archi dati.

In quanto alle parti d' arco indicate IN sopra la pianta, alle quali si dà il nome di *terzo arco* si prolungherà il loro mezzo fino in O, si porterà quindi FO della pianta sopra l' elevazione dello spaccato da P in *b*; pel punto *b* si condurrà una parallela all' asse PR che taglierà l' arco precedentemente trovato GH in *d*, e darà l' altezza *bd* dell' arco IO.

Per aver la curva di quest' arco, prendendo per base la diagonale EF della pianta, si porterà IO da E in *q*, e dopo aver elevata la perpendicolare *qq* eguale a *bd* si tirerà la corda Eg, sul mezzo della quale si eleverà un' altra perpendicolare che segherà la base EF prolungata in *k*, che sarà il centro dell' arco Eg, elevato perpendicolarmente sopra E_q eguale ad IO; ma siccome deve fermarsi al punto N, si avrà la sua vera lunghezza portando ON da *q* in *n* ed elevando dal punto *n* una parallela a *qq* che taglierà l' arco Eg in *i*; ed Ei sarà l' arco rappresentato dalla proiezione IN.

Per le parti d' arco FN, o catene, (*liernes*) andando dai terzi archi (*tiercerons*) alla chiave del centro, è necessario descrivere sulla stessa base EF lo spigolo EH, la cui altezza FH è data; si porterà quindi FN in *fp*, e condotta pel punto *p* una parallela ad FH si porterà al disopra di *p* in *k* l' altezza *mi* del terzo arco e condotta la corda *kH* si alzerà sul mezzo una perpendicolare che segherà la base EF prolungata in *t*; questo punto sarà il centro dell' arco formante questa catena la cui lunghezza è espressa da *kH*.

Si troverà l' arco formante l' altra catena ND o NB che si agguaglia colla precedente e colla chiave dell' arco doppio CD o AB, portando ND da *p* in *s*, ed elevando da quest' ultimo punto una parallela a *pk* sulla quale si porterà l' altezza CG presa sulla sezione, figura 8, da *s* in *m*, e tirata la corda *km*, si eleverà sul

suo mezzo una perpendicolare indefinita che segherà la base EF in un punto che si trova lo stesso che *p*, o che ne è infinitamente vicino; esso sarà centro dell' arco *mk* corrispondente a DN.

Per maggiormente agevolare l' intelligenza di queste specie di volte, si è riferita alle figure 9, 10, 11 e 12 la forma sviluppata di ciascuno di questi archi colla loro spessezza e colla lor divisione in peducci dal punto in cui si staccano dai piedritti.

Le chiavi in questa specie di volta essendo la parte del loro apparecchio che esige più cura ed intelligenza, si è rappresentata quella del centro colle figure 14, 15 e 16 che fanno vedere le proiezioni del disotto e del disopra, e il suo profilo geometrico sopra una scala doppia. Una delle altre quattro chiavi, che sono simili, è rappresentata dalla figura 13.

Convien notare che gli ultimi peducci di tutti questi archi o *nervature* mettono capo alla chiave principale, formando fra loro una chiave, indipendentemente da quella che occupa il centro, da cui rigorosamente si potrebbe prescindere. Questa proprietà avrà senza dubbio fatto nascere la idea delle chiavi pendenti, e delle traforate a ricamo che si vedono in molte volte gotiche, e la cui vista produce grande maraviglia nell' animo di tutti coloro che non hanno alcuna conoscenza dell' apparecchio e della costruzione delle volte (1).

I riempimenti fra le nervature formano delle superficie in isbieco e a doppia curvatura, che sarebbero molte più difficili dell' apparecchio delle parti in pietre di taglio, se non fossero, come l' abbiamo già detto, formati di pietre abbastanza picciole per sostenersi senza taglio studiato e quasi col solo mezzo del gesso o della malta impiegati al loro collocamento. Esse possono così agguagliarsi colle curvature degli archi che le racchiudono, senz' avere per così dire bisogno d' essere tagliate espressamente, dirigendo con intelligenza il loro ordine da una curva all' altra, in ragione della forma che debbono avere queste parti di ragguagliamento, in modo da non presentare verun effetto spiacevole.

(1) Si vede nella chiesa di S. Stefano del Monte a Parigi un esempio notevole della prima maniera di terminare le volte gotiche. L' opera del dotto Guarini,

stampata a Torino nel 1737, contiene piante, sezioni e particolarità di molte chiese di questa città, nelle volte delle quali trovasi impiegata la seconda maniera.

CAPO SESTO

DELLE VOLTE A SCHIFO

ABBIAMO già detto nei preliminari della Sezione 3.^a di questo libro, pagina 58, che le volte a crociera e a schifo sono composte di parti di volte a botte tagliate in triangoli; e che nelle volte a crociera ciascuna di queste parti poggia sopra due angoli, come AD, figura 1, Tavola XLIII, mentre nelle volte a schifo, ciascuna parte triangolare EDC, figura 2, ha per base uno de' suoi lati il quale si appoggia per tutta la sua estensione al muro cui corrisponde. Si può anche osservare che ciascuna parte di volta a schifo è formata da parti staccate da due volte a botte che s'intersecano, per formare la corrispondente volta a crociera, cioè fatta sopra una pianta della stessa figura e grandezza.

La figura 3 presenta la proiezione in pianta d'una volta a schifo sopra una pianta quadrata, la cui curvatura primitiva è una semicirconferenza di cerchio. Questa proiezione indica le commessure dei peducci, quelle dell'intradosso, che sono apparenti, sono distinte da linee piene, e quelle dell'estradosso da linee punteggiate.

Si vede da questa figura che gli ordini di peducci formano dei quadrati vuoti, inscritti gli uni negli altri e suddivisi da commessure perpendicolari ai lati di questi quadrati. Questa proiezione serve a trovare la base dei prismi o parallelepipedi nei quali ciascun peduccio dev'essere contenuto quando si descrive per isquadratura. Questo è il metodo più conveniente sopra tutto quando i primi peducci formano risalto per combinarsi coi muri o piedritti, come nell'esempio di cui si tratta.

La figura 4 è la sezione o profilo corrispondente alla linea LM della pianta, figura 3. Questa sezione serve ad indicare la forma delle commessure saglienti, o verticali, dei peducci di ciascun ordine.

Le figure 5, 6, 7 ed 8 indicano gli sviluppi delle facce piane dei peducci formanti gli spigoli od angoli rientranti che definiscono questa specie di volta. Tali peducci sono indicati in pianta e nella sezione dalle lettere A, B, C, D. La superficie della chiave è segnata E sulla pianta, ed essendovi rappresentata in tutta la sua estensione, non si è creduto bene di darne una figura a parte; altronde si può fare a me-

no di tali sviluppi quando si opera a squadratura.

La figura 10 rappresenta la prospettiva a 45 gradi d'uno dei peducci degli spigoli indicato B nella pianta e nel profilo.

La base del parallelepipedo in cui è compreso vi è distinta colle lettere GHPN e *ghpn*. Tagliato questo parallelepipedo, si applica sulle due facce verticali formanti l'angolo HPN, il modello *Hhiabg* della commessura, figura 4, e dopo aver disegnate sui letti superiore ed inferiore le linee $g^1, g^2, g^3, a^1, a^2, a^3$, per indicare gli angoli rientranti che debbono formare gli spigoli g, b, a , si abatterà la pietra formando al disopra delle superficie rette per la sezione, e al di sotto delle superficie curve secondo il modano; finalmente si terminerà coll'incavare la parte *hi*, per formare il letto e il taglio inferiori.

La figura 9 presenta la forma del primo peduccio di spigolo indicato A sulla pianta e sul profilo; si figura tagliato in un parallelepipedo la cui base è espressa sulla pianta, figura 3, dal quadrato GORR, e nell'alzato, figura 4, dal rettangolo *OhpS*: si suppone delineato come il precedente, applicando sulle due facce verticali *OoSS* ed *sSrr* la faccia di commessura presa sulla sezione figura 4, ed indicata dalle lettere *Ohiaf*.

La figura 11 denota la forma della chiave indicata E sulla pianta e sulla sezione. Per farla si comincia dal tagliare una piramide tronca, terminata da due basi piane o parallele, rappresentate in pianta dai quadrati 1, 2, 3, 4 e d, d', e^1, e^2 , e nell'alzato, o sezione piuttosto, da $d, e, 5$ e 6. Sopra ciascuna faccia inclinata di questa piramide si applica la faccia E della figura 4, che indica la curvatura dell'intradosso o dell'estradosso della chiave, e si termina abbattendo la pietra oltre le curve disegnate con questo modello.

Per ben formare la faccia d'intradosso, è necessario, dopo aver tirate le due diagonali, incavarle secondo la parte $d^1 e^2$ della curva del curvamento allungato dello spigolo rientrante sulla diagonale, espressa nella pianta da TVX.

Volta a schifo sopra una pianta ottagonale.

Questa volta è espressa in pianta dalla figura 12, ove si vedono la proiezione delle commisure e degli ordini di peducci cogli spigoli. Tutto ciò che abbiamo detto della volta precedente puossi applicare a questa; conviene nondimeno osservare che i peducci degli spigoli invece d'essere compresi in parallelepipedi a base quadrata, sono contenuti in prismi di base pentagona, come si vede dalla figura 14, rappresentante il peduccio indicato dalla lettera B nella pianta e nella sezione, figura 12 e 13.

La chiave è una porzione di piramide ottagonale troncata le cui basi sono formate da un complesso di porzioni triangolari, di superficie curve, incavate al di sotto e rotonde superiormente; essa è rappresentata dalla figura 15.

Le figure 16, 17, 18 e 19 indicano gli sviluppi delle facce piane degli spigoli.

La curvatura primitiva di questa volta è una semicirconferenza di cerchio espressa da FGH, figura 13; l'allungamento di quella presa nel punto degli spigoli rientranti è espresso da IKL, figura 12.

OSSERVAZIONE

Le volte a schifo sopra piante irregolari presentano una forma spiacevole e sono meno solide: perciò si debbono evitare quant'è possibile, e quasi sempre dipende dall'architetto. Altronde nel caso in cui si trovasse costretto ad usarne, l'operazione è più lunga senz'essere più difficile. Gli ordini dei peducci devono sempre essere paralleli ai muri, in modo che la chiave presenti la forma istessa della pianta. Le proiezioni in pianta danno come per le volte regolari le basi dei prismi nei quali debbono essere compresi i peducci degli spigoli. Gli spaccati o sezioni, partendo dal centro perpendicolarmente a ciascun lato, danno i profili delle pareti delle commisure verticali, che servono a delineare i peducci, come l'abbiamo testè indicato. La sola differenza è che nelle volte regolari basta sovente operare per un sol lato o spigolo, essendo gli altri simili; e invece nelle volte irregolari si deve quasi sempre operare per ciascheduno perchè sono tutti diversi; e siccome la posizione del centro, ossia del mezzo della chiave, si trova a distanze ineguali dai muri, così ne risultano curve diverse; ma esse sono allungamenti di quella che ha minor larghezza o semidiametro, prendendo tal minore larghezza per raggio della curvatura primitiva.

Volte a schifo allungate.

In quelle rappresentate dalle figure 1 e 2, Tavola XLIV, gli spigoli rientranti seguono le diagonali del rettangolo, il che dà la curvatura corrispondente ai lati minori, assai più allungata di quella che corrisponde ai maggiori; ma siccome questa disposizione non produce un buon effetto, è meglio, allorchè la forma della pianta è più lunga assai che larga, far la parte di mezzo a botte, e disporre gli spigoli a 45 gradi, il che produce una curvatura di volta eguale su tutti i lati. Quest'ultima disposizione è rappresentata in pianta nella figura 7 ed in sezione nella figura 8.

Nelle proiezioni orizzontali di queste due volte, figure 1 e 7, si è espresso la disposizione degli ordini di peducci e di spigoli indicati dalle lettere L, M, N, O, D e P, Q, R, S, I; l'elevazione delle curve A, a, b, c, d, G, ed H e, f, g, k, L, formate dagli angoli rientranti di questi spigoli, e la curvatura primitiva C, I, B, comune alle due volte. L'apparecchio delle commisure di queste volte è rappresentato dalle figure 2 ed 8, come pure la forma dell'estradosso.

Le figure 3, 4, 5 e 6 sono gli sviluppi delle facce piane degli spigoli, indicati L, M, N, O nella pianta figura 1.

La figura 9 rappresenta il peduccio di spigolo indicato nella pianta figura 1, dalla lettera K, colla massa in cui è compreso. Questo peduccio ha pure una parte della cantonata del muro.

Il peduccio di spigolo, rappresentato dalla figura 10, è quello espresso Q nella pianta figura 7; comprende pure la parte dei muri ai quali corrisponde.

La chiave segnata I sulla stessa proiezione è rappresentata dalla figura K.

È facile concepire che per l'esecuzione di queste due volte, che sono regolari e simmetriche, basta fare la metà della loro proiezione in pianta, ed anche il quarto rovesciando le pareti di congiunzione L, M, N, O, P, Q, R, S degli spigoli, per farla servire a dritta ed a sinistra, del pari che le facce di commisure indicate nella sezione colle stesse lettere.

Volta a schifo con un soffitto in mezzo.

Questa specie di volta, detta volta a conca, è convenientissima per le grandi sale. La forma che più conviene per eseguirla in pietra è quella risultante dalla divisione della larghezza in tre parti eguali, due per le parti curve o

pei peducci, e la terza pel soffitto del mezzo. Così appunto è disposta la volta rappresentata dalle figure 12 e 13 della Tavola XLIV.

Per procurare a questa specie di volta tutta la solidità di cui è suscettibile, si è determinato il centro dei tagli della parte piana del mezzo, formando sotto il diametro AB un triangolo equilatero avente per base la parte compresa fra i centri EF dei peducci, e per sommità il punto G, dal quale si sono condotti tutti i tagli compresi fra i punti *d*, *l*, determinati dal prolungamento di GE e GF.

Pel restante, tutto ciò che si è detto circa le volte precedenti può applicarsi anche a questa. Gli spigoli essendo tutti simili, come pure i peducci di cui essi formano la riunione, basta il fare lo sviluppo di un quarto di volta, ed anche di un solo spigolo, segnandovi i peducci da cui deve essere composto, come sono indicati sulla proiezione in pianta, dalle lettere

H, I, K, L, M, e sul profilo figura 13, ove hanno le stesse lettere, per avere le commisure del taglio.

Le figure 14, 15, 16 e 17 esprimono gli sviluppi delle facce piane dei peducci di spigolo, che si rappresentano in iscorcio nel piano di proiezione. Non si è fatto quello del peduccio M, perchè è espresso su questo piano in tutta la sua estensione.

La figura 18 rappresenta il cuscinetto di spigolo, segnato H nella pianta e nel profilo.

La figura 19 indica il peduccio che vi si pone sopra, indicato I nella pianta e nel profilo.

Questi due peducci poggiano l'uno e l'altro su tutta la spessezza del muro e formano la cantonata esterna.

Nella prospettiva di questi peducci si sono indicati, come per quelli delle volte precedenti i parallelepipedi nei quali sono compresi.

SEZIONE QUINTA

APPARECCHIO DELLE VOLTE CONICHE SFERICHE SFEROIDICHE CONOIDALI DELLE VOLTE COMPOSTE E DELLE SCALE

CAPO PRIMO

DELLE VOLTE CONICHE E CONOIDALI.

S' INDICANO con questi nomi le volte la cui superficie interna è quella di un cono e la cui forma si avvicina alla figura di questo solido. Le prime sono quelle erette sopra due muri formanti un angolo, in modo che la curvatura di facciata rappresenta la base del cono: tale è quella indicata dalle figure 1, 2, 3 della Tavola XLV. Da queste figure si vede che tutte le commessure dell'arco di fronte tendono all'angolo che costituisce la sommità del cono, e che i peducci vanno diminuendo in larghezza; ma siccome tali peducci continuati sino a questa punta, diverrebbero troppo fragili, così si forma tal sommità con una pietra sola chiamata mensolone indicato dalla lettera A nelle elevazioni delle tre diverse specie di volte rappresentate nelle figure 1, 2, 3 e 5, e colla lettera B nelle proiezioni in pianta, figure 2, 4 e 6; ed è anche rappresentato solo colla sua sezione nelle figure 10 ed 11.

Per formare i peducci componenti queste tre specie di volte è necessario, dopo aver disegnato le loro proiezioni orizzontali, figure 2, 4, 6, e le verticali, figure 1, 3 e 5, e i loro profili, figure 7 8 e 9, rilevare i modelli di testa, di commessura e di letto coll'applicare le false squadre agli angoli formati dalla riunione delle superficie sulle quali devono essere posti tali modelli.

Per diminuire quanto è possibile il consumo considerevole che seco porta l'esecuzione di questo pezzo di taglio, si ha cura di scegliere la faccia maggiore per servire di base a formare le altre. Così nelle volte a tromba, si comincia d'ordinario colla fronte dei peducci e si forma una faccia preparatoria per applicarvi i modelli di fronte.

Per la tromba retta, rappresentata dalle figure 1 e 2, lo sviluppo deve esser quello di

un semi-cono, cioè deve essere, come abbiamo detto precedentemente, un settore di cerchio, il cui raggio sarebbe eguale a C'B' della pianta, e l'arco eguale allo sviluppo della semicirconferenza che forma la curvatura di fronte; donde risulta che ogni faccia è rappresentata da un piccolo settore o triangolo isoscele la cui base è formata dall'arco sviluppato o dalla corda corrispondente ad ogni peduccio e con due raggi o lati eguali a C'B'.

Se da questo sviluppo intero o da quello di ciascuna faccia si sottrae la parte corrispondente al mensolone, il di più sarà lo sviluppo di tutte le facce curve o di ciascuna parte; così le facce della prima tromba, figure 1 e 2, sono espresse nella figura 7 dallo sviluppo C², a², b², c', d², E², n², 4, 3, 2, 1, o, per una metà, essendo l'altra simile affatto, poichè la tromba è retta e regolare.

Le facce delle commessure sono supposte poggiate in piano sullo sviluppo delle facce curve ed attaccate al lato cui corrispondono; così la faccia di commessura 5, 6, 7, 4, d², h², è quella indicata dalla linea h, d, 4, figura 1; l'altra g², c², 3, 10, 9, 8, corrisponde alla linea g, c, 3; f², b², 2, 11, ad f, b, 2 ed e², a², 1, v ad e, a, 1.

Questa volta essendo formata da un cono retto incavato e di eguale spessezza, gli angoli di tutte le commessure presi perpendicolarmente alle facce piane sono tutti eguali.

Per trovare questi angoli si osserverà che si devono supporre i peducci divisi sopra una circonferenza il cui raggio è perpendicolare alla inclinazione della superficie interna del cono, e tirato ad un centro situato sull'asse; così avendo condotta dal punto E³ del profilo figura 8, una perpendicolare che incontra l'asse prolungato in F, da questo punto come centro

e con un raggio eguale ad FE^3 , si è descritto l'arco *ris* eguale ad una delle divisioni della curvatura di fronte all'alzato figura 1, come è cd , quindi dal centro F si sono condotte le linee rp , sq e la corda rs ; l'angolo prs o rsq è quello che si cerca, e deve essere lo stesso per tutti i peducci.

Tromba nell'angolo complemento di un angolo sporgente.

Convieni osservare che questa tromba rappresentata dalle figure 3 e 4, può essere considerata come un prolungamento della precedente tagliato da due piani verticali formanti un angolo retto; così avendo fatta la divisione dei peducci sul quarto di cerchio E' , d' , e' , b' , a' , C' dell'alzato figura 3, la proiezione del quale è indicata in pianta da una linea punteggiata E^2C^2 , e rimandato su questa linea con parallele all'asse G^2L^2 , le divisioni del quarto di cerchio $E'd'e'b'aC$, si tirerà dai punti a^2 , b^2 , c^2 , d^2 , di queste divisioni, e il punto L^2 rappresentante la punta del cono in pianta, delle linee rette dopo *no* che indica la proiezione del cerchio formante il mensolone fino all'incontro di G^2C^2 , indicante la proiezione di una faccia dell'angolo da sostenere; queste linee esprimeranno in pianta le commessure dei peducci che debbono formare la tromba e la faccia del loro spigolo in iscorcio. Per averle in alzato, figura 3, si tirerà dal punto L cominciando dal quarto del cerchio 0, 1, 2, 3, 4, n , che indica il mensolone, delle linee indefinite che passino pei punti di divisione del cerchio d' , e' , b' , a' .

Per determinarne le estremità e l'altezza, si osserverà dapprima che questa tromba essendo formata da un cono retto il cui asse G^2L^2 è a livello, deve risultarne che se si prolunga il lato L^2C^2 fino all'incontro della perpendicolare G^2M all'asse L^2G^2 della proiezione in pianta, figura 4, l'angolo della tromba eretto perpendicolarmente sopra G , si troverà nel mezzo di una semicirconferenza di cerchio, avente G^2M per raggio e che sarà la base del cono prolungato fino alla linea G^2M . Donde risulta che per avere in alzato le estremità delle commessure di testa che terminano allo spigolo della tromba conviene condurre pei punti d^4 , e^4 , b^4 , a^4 , figura 4, delle parallele a G^2M , che indicheranno i raggi delle semicirconferenze verso alle quali metton capo le estremità di queste commessure: quindi dal punto L della sommità del cono in alzato, figura 3, e con un

raggio eguale a 5, d^4 6 del piano di proiezione, si farà una sezione che segnerà la commessura 4, d' prolungata, in d^3 . Dallo stesso punto L e con un raggio eguale a 7, e^4 , 8 della pianta si farà un'altra sezione che taglierà la commessura 3, e' prolungata, in e^3 . Si avranno i punti b^3 ed a^3 , facendo pure delle sezioni coi raggi eguali a 9, b^4 , 10 ed 11, a^4 , 12 della pianta.

Per i punti G , d^3 , e^3 , b^3 , a^3 , C , si farà passare una curva che esprimerà in iscorcio sulla larghezza lo spigolo della tromba.

Convieni osservare che per aver questa curva disegnata senza scorcio, è necessario prendere le larghezze sulla linea G^2C^2 del piano di proiezione; la quale curva per essere il risultamento di un piano che taglia un cono parallelamente al cono opposto, sarà una parabola che può essere descritta col mezzo per noi indicato nella Sezione 1.^a Capo II di questo Libro.

Per delineare il profilo rappresentato dalla figura 8, indicante la sezione della tromba presa sull'asse L^2G^2 del piano di proiezione, dapprima si è fatta la linea della base L^3F eguale ad L^2G^2 della pianta, quindi si è elevata dal punto F una perpendicolare FG^3 eguale ad LG dell'alzato, figura 3, e si è condotta l'obliqua L^3G^3 , che dà l'inclinazione e la lunghezza effettiva della linea che passa per mezzo alla chiave; si è portata quindi L^2n della pianta in L^3o ; si è innalzata la perpendicolare on^2 che dà la proiezione verticale del cerchio che termina il mensolone: si è portata del pari L^2E^2 della pianta da L^3 in C^3 , ed elevata la perpendicolare C^3E^3 rappresentante la proiezione del quarto di cerchio E' , d' , e' , b' , a' , C' dell'alzato figura 3. Avendo quindi portato su questa linea le altezze 17, d' ; 18, e' ; 19, b' e 20, a' da C^3 in d^5 , e^5 , b^5 ed a^5 si sono condotte per questi punti ed L^3 , che indica la sommità del cono, delle linee indefinite rappresentanti le commessure di fronte. Per terminare le quali ed indicare la curva dello spigolo della tromba si sono portati i punti E^2 , 11, 9, 7 e 5 della pianta, da C^3 in 13, 14, 15 e 16, figura 13, dai quali si sono erette perpendicolari che hanno tagliato le commessure di fronte corrispondenti ai punti a^6 , b^6 , e^6 , d^6 pei quali e per i punti C^3 , G^3 si è fatta passare una curva che termina queste commessure e presenta lo spigolo in iscorcio. Questo metodo di trovare le altezze e le estremità delle commessure di fronte, differisce da quello che abbiamo seguito, e conduce allo stesso risultamento.

Sviluppo delle facce di fronte e di commessura.

Cade in acconcio osservare che le facce delle trombe essendo oblique in due sensi non possono essere espresse in tutta la loro estensione nè in pianta, nè in alzato, nè in sezione. Per trovarne l'allungamento convien ricordarsi ciò che si è detto al Capo IV, Sezione 2.^a di questo Libro, pagina 49, cioè: che la lunghezza di una linea inclinata, rapporto al piano di proiezione, dipende dalla differenza dell'allontanamento perpendicolare di queste due estremità da tal piano; il che produce in ogni caso un triangolo rettangolo le cui proiezioni verticali ed orizzontali danno due lati formanti l'angolo retto, in guisa che l'ipotenusa di questo triangolo presenta sempre la lunghezza reale della linea in iscorcio.

Nelle figure rappresentanti la tromba di cui si tratta, le proiezioni delle commessure di faccia della pianta figura 4, e le altezze date dall'alzato figura 3, o dal profilo figura 8, esprimono i lati dei triangoli corrispondenti a ciascuna commessura rappresentata in iscorcio: così per avere la loro effettiva lunghezza si sono elevate dai punti $d4$, $c4$, $b4$ ed $a4$, delle unioni indicate in pianta, delle perpendicolari a ciascuna delle linee che le rappresentano; si sono portate le altezze corrispondenti in $d1p$, $c4q$, $b1r$, $a4s$: quindi dai punti p , q , r , s si sono condotte delle linee ad L^3 , che hanno dato le vere lunghezze delle commessure di fronte prolungate fino all'apice del cono.

Conoscendo queste lunghezze e le corde Gd^8 , d^8e^8 , e^8b^8 , b^8a^8 ed a^8C4 della curvatura di fronte sviluppata, figura 3, formante lo spigolo della tromba, si sono avuti i tre lati dei triangoli formanti i modelli di faccia piana prolungati fino alla sommità del cono; si sono riuniti alla figura 8 ove sono indicati dalle lettere L^3d7 , G^3 in quanto alla mezza chiave, ed L^3e7d7 , L^3C^3e7 , L^3a^3b7 , e $L^3b^3a^3$.

Si sono poste, come per la tromba precedente, le facce di commessura sopra quelle di superficie e si sono attaccate alle facce cui corrispondono. Per maggior solidità si sono supposte le facce delle commessure d'eguale larghezza e i loro angoli inferiori retti, cioè perpendicolari all'inclinazione della faccia; in guisa che resta a trovare soltanto l'allungamento prodotto dall'obliquità della commessura di fianco colla faccia.

Per aver questo allungamento si è presa sulla pianta, figura 4, la lunghezza della linea L^2g4 che rappresenta in proiezione la diagonale della faccia di commessura della chiave, indicata in

elevazione da d^3g'' ; si è portata questa lunghezza da G in 21 sull'orizzontale, passante per g'' , e si è presa la grandezza in linea retta da L a 21 , che ha dato la lunghezza della diagonale cercata: con questa lunghezza si è descritto dal punto L^3 degli sviluppi figura 8, un arco indefinito che si è intersecato con un altro descritto dal punto d' con un raggio eguale a d^3g''' preso sullo sviluppo della curva formante uno dei due spigoli della tromba in elevazione. Condotta quindi una parallela ad L^3 , 4 , $d7$, per segnare la larghezza della commessura fino all'incontro di $d7g^5$ prolungata, si è tagliata con una linea retta, che deve essere orizzontale, la punta della faccia intercetta dalla commessura a livello.

Se si vuol avere il punto a cui tende la linea $d7g^5$, si prenderà la lunghezza L^2d4 sulla pianta, colla quale, dal punto L^3 dello sviluppo figura 8, si descriverà un arco di cerchio, intersecato poscia nel punto 23 , da un altro descritto dal punto $d7$, con un raggio eguale all'altezza perpendicolare del punto d^3 sopra l'orizzontale $LC4$ dell'elevazione.

Per l'altra faccia di commessura rappresentata in pianta da L^2c4 , ed in elevazione da c^3h'' , si è preso, come pel precedente, la lunghezza L^2h^2 indicante la proiezione della diagonale di questa commessura che si è portata da 24 a 25 sopra un'orizzontale dell'elevazione passante per h'' , per avere la distanza L^25 , che dà la lunghezza dell'allungamento della diagonale; con questa lunghezza per raggio si è descritto dal punto L^3 dello sviluppo un arco indefinito che si è intersecato con un altro descritto dal punto $c7$, con un raggio eguale alla commessura di testa c^8h4 , della curvatura di faccia allungata, figura 3. Dal punto d'intersezione h^5 , si è condotta una parallela ad L^3c7 per determinare la larghezza di questa commessura, terminata dall'altro lato da una perpendicolare elevata dal punto 3 , che forma la sezione inferiore.

Le altre due facce di commessure sono state trovate nella stessa maniera.

Bastano le facce delle commessure e di spigolo per segnare le pietre che debbono formare i peducci, servendosi di false squadre che danno gli angoli della faccia di spigolo colle commessure; vi si possono nondimeno aggiugnere le facce di testa, prese sulla curva allungata di fronte GC^3C4 dell'alzato.

La figura 13 indica la forma d'uno dei peducci presso alla chiave.

*Tromba in un angolo rientrante ,
terminata in tondo.*

Abbiamo detto parlando della tromba antecedente , che poteva essere considerata come un cono retto tagliato da due piani verticali formanti un angolo sporgente : questa può essere considerata come un cono tagliato da un piano circolare indicato in pianta , figura 6 , da $G' d' , b' , a' , C'$. Si è fatta la divisione dei peducci in elevazione sul quarto di cerchio B, d, e, b, a, C , che presenta una sezione del cono secondo la linea indicata in pianta da $B'C'$. La proiezione delle commessure di questi peducci essendo prolungata in pianta , figura 6 , fino all'incontro della parte di cerchio formante la pianta del tamburo e in elevazione indefinitamente , figura 5; per determinare l'estremità di queste commessure e la curva a doppia curvatura che forma lo spigolo della curva di fronte , si sono condotte , come nel pezzo precedente , dai punti a', b', c', d' , delle perpendicolari all'asse fino all'incontro del lato AC prolungato ; è evidente che queste linee sono i raggi dei cerchi che passerebbero per questi punti. Con questi raggi dal centro A dell'elevazione si sono descritte delle sezioni a'', c'', b'', a'' , che segano le commessure corrispondenti alle perpendicolari della pianta , e che indicano le estremità delle commessure di spigolo e quelle della curvatura di fronte.

Conoscendo le altezze e gli aggetti sarà facile di fare il profilo indicato dalla figura 9 , e lo sviluppo delle facce di spigolo e di commessura operando come si è detto del pezzo precedente.

Convien osservare frattanto che qualunque sia il contorno della tromba , in pianta , cioè retta, angolare, rotonda o ondata come quella del Castello d'Anet (1), si trovano le altezze, gli sporti e gli allungamenti delle linee e delle superficie nella stessa maniera, supponendo delle sezioni parallele alla curvatura primitiva perpendicolare all'asse del cono , qualunque sia per altro la forma di questa curvatura : solamente l'operazione diviene più lunga e complicata secondo che il contorno è più o meno composto , o che il cono è più o meno obliqua o irregolare.

Si è espresso nella figura 14 la forma di un peduccio prossimo alla chiave della tromba, rappresentata dalle figure 5 e 6.

Le figure 10 e 11 sono state fatte per confutare un'opinione azzardata circa la forma dei mensoloni , in un trattato di Stereotomia pubblicato nel 1792 da M. Simonin. Invece di fare il mensolone con un semi-cono troncato , come tutti i buoni costruttori hanno pensato , egli propone di formarlo con un mezzo cilindro , perchè considera questa parte come una porta nell'angolo ; di cui il mensolone è la curvatura. Ma egli non fa punto attenzione che quando si pratica un vuoto invece del mensolone , l'effetto che possono provare i peducci pel carico che sopportano , non trovando punto resistente , si trasferisce lateralmente ed agisce come spinta ; mentre che se è formato da un mensolone una gran parte di quest'effetto si porta su d'esso. Allora è evidente che se vi è un cilindro vuoto invece di un cono , come dovrebbe essere per una tromba conica situata in un angolo rientrante, formerà uno spigolo acuto indicato da pnL , figura 11, che si romperà sotto il minimo sforzo alla stessa guisa degli angoli mpn dei peducci che vi posano sopra. È vero che questi angoli sono meno acuti nelle trombe sferiche ed innalzate sopra un muro dritto, come quelle di S. Sulpicio ; ma non ne sono meno viziosi , perchè derogano al principio generale del taglio delle pietre che esige per la solidità , che tutte le loro commessure sieno perpendicolari alle superficie che formano, qualunque sia la loro situazione. Così i modelli di tromba della sala dell'Accademia d'Architettura di Parigi , biasimati dall'autore perchè hanno i mensoloni a semicono , sono come debbono essere in buona costruzione, e come prescrivono i migliori autori e fra gli altri Frezier. Del resto è impossibile concepire la specie di movimento comunicato dall'interno dell'edificio e che potrebbe far agire il mensolone come un cuneo tendente a rovesciarli.

*Volta conica obliqua ed inclinata in un muro
in pendio.*

L'interno di questa specie di volta o finestra rotonda , chiamata occhio di bue od O storto , presenta la superficie di un cono obliquo o scaleno a base circolare ; le commessure delle superficie dei peducci ond'è formato , tendono tutte al vertice del cono , e i tagli delle facce,

(1) Pezzo di taglio d'un merito considerevole , eseguito nel castello d'Anet per sostenere un gabinetto in modo di accomodarlo alla stanza ove alloggiava ordina-

riamente il re Enrico II. Vedi i Capi dal 1 al 6 del Libro IV dell'Architettura di Filiberto De-Lorme.

all'asse, come si vede espresso nelle figure 1, 2 e 3 della Tavola XLVI.

La doppia obbliquità di questo cono fa sì che vi sia solamente la faccia verticale rappresentata dalla figura 3 e i due letti orizzontali indicati dalle linee EF, GH, che possano dare la grandezza reale dei modelli e delle commesure; le altre sono proiezioni ove essi veggonsi più o meno in iscorcio.

Lo sviluppo delle superficie interne, rappresentato dalla figura 4, è fatto col metodo più sopra spiegato per lo sviluppo del cono obbliquo, pagine 51 alle 52, e secondo i principi del disegno degli stessi, pagine 45 e 48.

Per descrivere i peducci, ad esempio la chiave K, si comincerà dal levare il modello di testa 17 d', e", 18 della faccia verticale figura 3, che darà la sua maggiore altezza, e quello del letto orizzontale 12, 13, 17 e 18 rappresentante l'estradosso sulla pianta, figura 2, che dà la sua maggior lunghezza. Fatta quindi appianare una faccia esteriore, e il letto superiore in isquadro con essa, vi si applicheranno i modelli per delineare la forma della testa del peduccio e quella del suo estradosso. Dietro questo disegno si possono far tagliare le due commesure, perchè questi modelli danno la loro doppia obbliquità; ora trattasi soltanto di trovare le altre due linee che debbono terminarle alla superficie dalla parte della faccia in pendio, e comincerassi dal far tagliare la seconda faccia esteriore colla misura dell'angolo otuso formato dalla superficie d'estradosso col pendio: fatta questa faccia vi si applicherà il modello di testa 12, 13, e, d', allungato secondo il pendio per compiere il disegno del peduccio, che si finirà di tagliare abbattendo la pietra fuori del disegno. Da questo metodo che puossi applicare agli altri peducci si vede che si può prescindere dai modelli di faccia. Noi abbiamo dato il loro sviluppo solo perchè trovasi in molti autori che hanno trattato sul taglio delle pietre; ma osserveremo che è più utile farne a meno perchè si evita il doppio taglio delle superficie le quali devono prima essere piane per applicarvi i modelli, o quindi incavate per terminarle.

La figura 5 rappresenta questa chiave in prospettiva; gli angoli sono indicati dalle stesse lettere e cifre delle proiezioni verticali ed orizzontali.

Volta conica a doppio allargamento, obliqua e praticata in un muro a scarpa.

Questa specie di volta rappresentata dalle figure 6, 7 e 8, è anche chiamata volta can-

noniera perchè se ne fa uso per cannoniere nelle casematte ed in altri luoghi a volta. Noi diamo quest'esempio come pezzo di taglio; agl'ingegneri militari spetta determinarne l'uso e le dimensioni per alleviare la violenta commozione che il reagire dell'aria spostata dalla esplosione della polvere, potrebbe comunicare al muro in cui è praticata l'apertura. A tale riguardo la forma d'imbuto dovrebbe, a superficie eguale, sembrare più vantaggiosa, della forma bislunga proposta da qualche autore moderno.

Le figure 9 e 10 sono gli sviluppi delle due parti di cono che formano la superficie curva interiore, fatti secondo i principi già citati parlando del pezzo precedente. Noi gli abbiamo posti qui qual un nuovo esempio dello sviluppo del cono obbliquo o scaleno: perchè se ne può fare a meno per descrivere i peducci, operando, come abbiamo indicato per la figura 6, coi modelli di faccia e quelli della parte d'estradosso che deve collegarsi coi filari orizzontali. Così pel peduccio rappresentato dalla figura 11, dopo aver fatto tagliare il paramento retto della faccia verticale od a piombo, e il suo letto d'estradosso che deve formare un angolo retto con questo paramento, si applicherà sulla prima il modello g, d, c, k, e sull'estradosso il modello g, g, k, k, levato sulla pianta o proiezione orizzontale, figura 7; quindi con una falsa squadra che dia l'angolo uno della scarpa colla superficie di questo letto preso sulla figura 6, si farà tagliare la seconda faccia esteriore sulla quale applicherassi il modello di testa allungato secondo l'obbliquità del pendio sulla figura 6. Finalmente dopo aver tirate, col mezzo di questi modelli, tutte le linee che disegnano gli spigoli di questo peduccio, si taglierà la pietra per formare le superficie rette e curve di cui sono essi le estremità.

Per l'intelligenza di queste figure, si sono indicate, come nei pezzi precedenti, colle stesse lettere e cifre tutte le parti che si corrispondono. Lo sviluppo dei coni è fatto secondo le proiezioni verticali ed orizzontali che danno per ciascuna linea retta disegnata sulla circonferenza di questi coni, i due lati di un triangolo rettangolo, la cui ipotenusa è sempre la lunghezza.

Il cerchio punteggiato della figura 1, e il semicerchio della figura 6, indicano le basi dei coni prolungati fino ad una superficie verticale parallela a quella dell'altra faccia, onde facilitare lo sviluppo della loro superficie.

Volta conoidale.

Abbiamo scelto per quest' esempio una imitazione della cupola intermedia del Panteon Francese, o nuova chiesa di Santa Genoveffa, rappresentata dalle figure 4 e 5 della Tavola XLVII. La sua curvatura al pari di quella delle lunette rappresentanti le aperture inferiori è formata dalla catenaria. Si è descritto il suo apparecchio sulla pianta e sulla sezione dando agli ordini dei peducci una dimensione grande abbastanza per farne comprendere la disposizione.

La figura 7 indica un peduccio della parte superiore ove la volta è piena, e la figura 8 uno di quelli che formano la curvatura delle lunette, e che si ragguagliano a risalto colle commisure orizzontali delle parti intermedie, figura 6.

Per effettuare questa specie di volta basta la sezione o proiezione verticale ed orizzontale perchè ogni peduccio si esegue nello stesso modo che per la volta sferica di cui si tratterà fra poco, formando dapprima le parti di cilindro nelle quali sono compresi tali peducci, onde poterli disegnare col mezzo dei modelli delle commisure montanti, presi sul profilo della sezione e sulla proiezione orizzontale.

I peducci formanti risalto, come quello della figura 8, debbono esser presi nelle parti di cilindro comprendenti le loro più grandi dimensioni in altezza, lunghezza e larghezza. Oltre i modelli del profilo e della pianta necessitano quelli d'intradosso e d'estradosso formati di materie flessibili, o piuttosto si delineano le loro forme con curve e punti rilevati sulla proiezione orizzontale.

È facile comprendere che questa maniera di operare conviene ad ogni specie di volta conoidale qualunque sia la sua curvatura, parabolica, iperbolica od altra delle curve aperte,

ed anche qualunque sia quella della sua base, circolare, ovale o ellittica.

Sulla volta conoidale di Santa Genoveffa.

Questa volta, che è rialzatissima, ha 65 piedi ed 8 pollici di diametro (metri 21, 53) sopra piedi 47 (metri 15, 267) di altezza. Il peso considerevole che essa doveva sostenere alla sommità ha fatto preferire la catenaria per la sua curvatura. Onde illuminare la sua parte interna sulla quale doveva essere dipinta un'apoteosi in un cielo luminoso, se ne è aperta la parte inferiore con quattro grandi lunette alte piedi 35 (metri 11, 35) sopra 29 di larghezza (metri 9, 42); ciascuna delle quali corrisponde a tre delle finestre dell'attico che producono all'interno una gran luce (1).

Era necessario fortificare le parti inferiori di questa volta indebolita dalle grandi lunette, che si sono collegate col muro dell'attico con stipiti e con archi a schiancio formanti balconi che mediante alcune parti circolari si pareggiano colle lunette verso il mezzo della loro altezza. Le parti di volta fra queste lunette sono penetrate dai muri circolari delle quattro scale comunicanti sopra gli archi a schiancio che stanno a contrasto colle lunette.

Partendo dai balconi formati da tali archi si sono stabilite due scale che si spingono a vicenda e servono a comunicare col lanternino eretto sulla sommità della volta conoidale; ed appunto contro questo lanternino al basso forato da arcate termina il gran concavo formante il garbo esteriore della cupola.

(1) L'effetto magico sperato da tale disposizione è totalmente oggi ottenuto. La superficie della pittura, eseguita dal barone Gros, non ha meno di 3256 piedi.

CAPO SECONDO

DELLE VOLTE SFERICHE E SPEROIDICHE

Le volte sferiche sono quelle formate in pianta ed in alzato da una semicirconferenza di cerchio di uno stesso raggio. Gl' Italiani hanno dato il nome di cupola (derivato da cupo, cavità, profondità) donde i Francesi hanno fatto *coupole*, alla parte interna di questa specie di volta. La voce *dôme*, che viene dal greco *δομος* ne indica la forma esteriore.

Abbiamo poc' anzi osservato che la disposizione d' apparecchio più conveniente alle volte sferiche, tanto per la solidità che per la facilità dell' esecuzione, è quella per ordini orizzontali, formanti corone concentriche, come si vede espresso dalle figure 1 e 2 della Tavola XLVIII.

La figura 3 rappresenta lo sviluppo degli spigoli degli ordini di peducci espressi in iscorcio nelle figure 1 e 2; esso è fatto col metodo indicato poc' anzi per lo sviluppo della sfera, supponendo la superficie interna di ciascun ordine di peducci formata da una parte di cono tronco, i cui lati sono rappresentati dalle corde *Aa*, *ab*, *bc*, *cd*, della figura 1. Così per trovare i raggi degli archi di cerchio formanti lo sviluppo d' ognuna di queste parti di cono, si sono prolungate le corde corrispondenti agli ordini di peducci fino all' incontro dell' asse, figura 1, che in quanto ai due primi trovasi fuori della Tavola.

Ma se si vuol operare con maggior precisione, si può far uso del calcolo trigonometrico, osservando che i triangoli formati dal lato della parte del cono inscritto e dalle parallele al suo asse ed alla sua base, sono simili ai triangoli formati dall' asse e dai lati del cono intero; donde risulta che per trovare il raggio di *A^aK*, figura 3, si deve fare la proporzione *Ai* ad *Aa* come *AG* sta al raggio cercato, o come la tangente dell' angolo *a* sta al seno totale. È facile trovar il valore dell' angolo *a* conoscendo quello dell' arco *Aa*; perchè se si continua quest' arco al di sotto fino all' incontro della verticale *ai* prolungata, si avrà l' arco *Aa'* eguale ad *Aa*, ed *Aaa'* sarà un angolo alla circonferenza che avrà per misura la metà dell' arco sul quale è appoggiato, e per conseguenza l' Arco *Aa*.

La superficie interna delle volte sferiche essendo a doppia curvatura i modelli della super-

ficie possono dare il loro sviluppo per approssimazione, ed inoltre esigono delle superficie preparatorie che non sono già quelle sulle quali debbono essere disegnati gli spigoli delle commisure dei peducci.

Per formare con precisione uno di questi peducci conviene dapprima far tagliare un prisma che abbia per base la proiezione di esso in pianta; ne risulterà una porzione di cilindro concavo, le cui superficie saranno terminate dagli archi estremi di questa proiezione. Così il peduccio rappresentato dalla figura 4 è compreso in una porzione di cilindro concavo indicato in pianta nella figura 2 colle lettere e cifre *c⁵5^c*. Il profilo della massa di questa porzione di cilindro è indicato nella sezione figura 1, dalle cifre 8, 9, 10 ed 11. Si vede che se per i punti 5 e *c* si tirano sulle superficie curve delle linee orizzontali con un regolo pieghevole, esse rappresenteranno esattamente gli spigoli che passano per queste commisure. Si disegneranno pure nella loro grandezza sulle superficie rette, 9, 10, 8 ed 11, gli spigoli indicati dagli angoli 6 e *b* con archi presi sulla proiezione in pianta, figura 2, da *b'* in *b⁵*, e da *6'* in *6^c*. Se dietro queste linee e quelle tirate sulle due commisure rette col modello 5, 6, *c*, 6, si taglia la pietra che trovasi al di fuori, dirigendosi col regolo da uno spigolo all' altro, per le commisure 6, *c* e 5, 6 e con curve preparate in quanto agli archi 5, 6 e 6, *c* del profilo, si formerà questo peduccio colla più grande precisione.

Questa maniera d' operare che noi qui indichiamo come la più metodica, produrrebbe nondimeno un gran consumo di pietra, e dei doppi tagli costosi, che facilmente troveran modo di evitare coloro che conoscono bene l' apparecchio, e che sanno ciò che in termine d' arte dicesi, *trattar la pietra*. Si osserverà primieramente che in quanto alle superficie preparatorie, bastano le parti indicate dai triangoletti 6, 10, *c* e 5, 8, 6 del profilo, per descrivere le verticali curve degli spigoli, e che si possono far poggiare alla faccia; può bastar anche il far tagliare delle *pennate* con curve modellate, secondo i punti 5, 6 e *c*, 6; ma per farle precisamente nella direzione che devono seguire, conviene aver cura di disegnare sul modello

delle linee a piombo ed a livello indicanti i loro spigoli. In questo modo si è operato per eseguire tutte le volte e parti di volte sferiche e sferoidiche in pietra di taglio nella nuova chiesa di Santa Genoveffa (1).

Le figure 5 e 6 rappresentano la sezione e la proiezione orizzontale di una volta sferica i cui ordini di peducci formano in alzato archi verticali, ed in pianta de' quadrati vuoti inseriti gli uni negli altri, come una volta a schifo sopra una pianta quadrata. Questa disposizione presenta al di sotto l'apparecchio di quattro nicchie formanti assieme un quadrato.

Convien osservare che quest'apparecchio imposto dalla decorazione, per nicchie incavate in muri dritti, diverrebbe vizioso in una volta sferica, a cagione dei peducci triangolari che esige la riunione delle quattro parti di volta a nicchia. Queste parti che posano sopra angoli estremamente fragili ed acuti, sono di una esecuzione più difficile, ed il complesso dell'apparecchio è meno solido di quello per ordini orizzontali perchè le parti non sono così ben legate e producono una spinta tendente ad allontanare le quattro nicchie.

Le figure 7, 8 e 9 rappresentano gli sviluppi dei modelli di fronte risultanti da questa disposizione; ma siccome le superficie a doppia curvatura non sono suscettibili di sviluppo, così si suppone che la superficie di ciascun ordine sia formata da una porzione di cono tronco, i cui assi sieno perpendicolari al mezzo delle linee esprimenti in pianta la proiezione di questi pezzi di cono; donde risulta, che ciascun quadrato vuoto è formato di quattro parti di cono simili, i cui assi s'intersecano al centro e s'incontrano alle diagonali dei quadrati. Siccome la direzione in linea retta di queste superficie va alla sommità di ciascun cono, quella delle parti che si congiungono sulla diagonale, tendenti a due diversi punti, devono formare un angolo che impedisca di fare lo sviluppo delle facce corrispondenti agli angoli di un solo pezzo, cioè di queste parti triangolari che gli autori chiamano *facce d'inforcamento*. Da ciò proviene l'errore che Larue rimprovera a Filiberto Delorme, a

Mathurin Jousse ed al padre Dérand senza dirne la ragione, che trovasi spiegata nel Trattato di Stereotomia di Frezier, Libro IV, Capo VII, problema XVII.

Del resto, questo metodo, di cui Filiberto Delorme è inventore (2), non è quello che conviene per operare con precisione, a causa delle difficoltà risultanti dalla supposizione in cui è fondato, e che sono sfuggite al padre Dechalle, che nondimeno era geometra. Esso è altronde più lungo e non risparmia la pietra più di quello per isquadratura. Quest'ultimo è più esatto e suscettibile di minor consumo, facendovi le modificazioni da noi indicate pel pezzo precedente.

Così pel peduccio vicino alla chiave, rappresentato in prospettiva dalla figura 10, le commisure corrispondenti alle linee *e'f'* e *d'e'* della pianta figura 6, che sono verticali, possono descriversi sulle facce contigue del prisma a base quadrata, nel quale è compreso questo peduccio, colla faccia 8 e 9 *f* della sezione figura 5; ma per la maggiore facilità di delineare le altre facce, e risparmiare la pietra si farà poggiare alla faccia la mezza chiave ed il triangoletto *gfg*, per avere una sezione verticale che possa descriversi sulle due facce, quindi con modelli arcuati rotondi ed incavati, tagliati secondo i grandi cerchi d'estradosso e d'intradosso, si formeranno queste due superficie avendo cura di posar sempre una delle estremità di questi modelli curvi agli angoli *m* ed *n*, e di diriger l'altra a guisa di raggio sui differenti punti delle curve disegnate sulle facce opposte. Si sono notati colle stesse cifre e colle stesse lettere gli spigoli ed angoli di questo peduccio, corrispondenti alle linee ed agli angoli delle proiezioni verticali ed orizzontali indicate dalle figure 5 e 6.

In quanto ai peducci d'inforcamento al di sotto, che sono i più difficili, il metodo proposto da Delarue e da Frezier mi sembra semplicissimo del pari che proprio ad operare con precisione. Siccome la sfera ha una curvatura uniforme ed eguale in tutti i sensi, si sceglie una pietra abbastanza grande per potervi inca-

(1) Accadde talvolta che le pietre non erano abbastanza grandi per formare questi piccioli triangoli che dovevano essere troncati; allora vi si suppliva con un poco di gesso. Osservata quest'operazione da chi non era abbastanza versato nell'arte per indovinarne il vero motivo, credette bene informarne Soufflot immaginando che ciò fosse una malizia dell'appaltatore per far passar pietre difettose troppo picciole.

Siccome io era incaricato delle opere di costruzione,

Soufflot mi fece chiamare per farmene un rimprovero; ma quando gli ebbi spiegati i motivi d'economia che mi avevano determinato a questo espediente, che senza nuocere alla forma, nè alla solidità, facilitava il taglio delle pietre approvò il mezzo raccomandandomi di farne uso il meno possibile per non dar luogo a rapporti di tal natura.

(2) Vedi la sua opera d'Architettura, libro IV, Capi XII, XIII, XIV e XV.

vare un segmento di sfera capace di contenere la faccia del peduccio e qualche cosa di più per lo sporto dei tagli, come si vede rappresentato dalla figura 11. Ciò fatto rimane a tagliare la pietra secondo la figura del modello segnato con curve, e formare le commessure colle false squadre che danno l'angolo della superficie colla sezione che devono tutte tendere al centro della sfera. Frattanto è utile osservare che questo metodo impiega ancora maggior quantità di pietra del precedente, e non dà altrettanta facilità per formare le commessure e la parte superiore, allorchè la volta debbe avere l'estradosso pareggiato.

Volta sferica incompiuta sopra una pianta quadrata, apparecchiata per filari orizzontali.

Questa volta rappresentata dalle figure 12 e 13, differisce per l'apparecchio del taglio da quella espressa dalle figure 1 e 2, solamente nelle parti formanti i pennacchi negli angoli. Convien notare che questa volta fa parte d'un'intera volta sferica, avente per diametro la diagonale del quadrato. Le parti di questa volta, levate dai muri formano nelle loro superficie interne delle semi-circonferenze di cerchio, il cui diametro è eguale alla lunghezza interna di questi muri, a causa della proprietà della sfera, la cui sezione con un piano qualunque è sempre un circolo.

Nelle figure 12 e 15, che presentano una sezione presa nel mezzo della volta, l'arco NIO della parte tagliata è una porzione della semi-circonferenza del circolo massimo descritto con un raggio eguale alla semi-diagonale CE. La semi-circonferenza ADB indica lo spigolo rientrante formato dall'incontro d'uno dei muri.

La divisione degli ordini di peducci è fatta sul quarto del circolo massimo ENI prolungato da N in E, rappresentante la sezione fatta sulla diagonale, ove la circonferenza della volta in elevazione è intera. Le commessure della sezione sono prolungate fino all'incontro della verticale PE, che indica l'angolo rientrante dei muri prolungati nella parte che occupa la volta. Quelli delle altre parti dei pennacchi s'arrestano pure all'incontro della superficie dei muri ai quali corrispondono; si può prolungare questa sezione nella spessorezza del muro seguendo una direzione perpendicolare alla loro superficie interna, o piuttosto nella spessorezza della pietra formante peduccio (come si veda dalla figura 17).

Per delineare una di queste pietre, ad esem-

pio, quella rappresentata dalla figura 14, si farà uso in quanto ai letti, di curve modellate secondo gli archi segnati in pianta da b' , b'' ed a' , a'' , e per l'alzato sulla superficie dei muri, di curvature prese sopra a' b' dell'alzato. Per tagliare la pietra e formare la superficie interna, si farà uso, invece di regolo, d'un'altra curvatura presa sulla circonferenza grande, che si dirigerà sempre perpendicolarmente agli archi b''' ed a''' .

Volta sferica sopra un quadrato apparecchiata per quadrati inscritti.

Gli ordini dei peducci formanti questa volta sono rappresentati in pianta, figura 16, da linee rette perpendicolari alla diagonale CF. Queste linee formano in alzato, degli archi di cerchio indicati nella sezione figura 15, in iscorcio, ma sviluppati per un quarto di volta al di fuori della pianta; cioè: f'' 10 da f''' 10'; g'' 11 da g''' 11'; h'' 12 da h''' 12'; i'' 13 da i''' 13' e k'' 14 da k''' 14', che hanno per raggio om , 11 15, 12 16, 13 17 e 14 18 che sono le linee di proiezione degli ordini di peducci prolungati fino alla circonferenza del cerchio massimo passante per la diagonale GE, ed esprime la proiezione dell'origine della volta intera.

Per disegnare i peducci componenti questa specie di volta fa d'uopo formare per ciascheduno una superficie piana e verticale, corrispondente alla linea di proiezione in pianta a cui si riferisce; si delineerà sopra la curva d'elevazione che deve formare lo spigolo della sezione, e si opererà pel rimanente come pei peducci del pezzo precedente; cioè col metodo di curve modellate secondo gli archi de' cerchi $i'h'$ della sezione figura 15, pei lati, e pel mezzo col circolo massimo di cui la diagonale è diametro.

La figura 17 rappresenta uno di questi peducci colle sezioni prolungate nella spessorezza del muro, indicata con lettere e cifre che corrispondono alle proiezioni in pianta ed in alzato.

Non temiamo punto di ripetere ciò che abbiamo detto poc'anzi, che la maniera più conveniente d'apparecchiare le volte sferiche intere o tagliate da poligoni inscritti nel cerchio della loro base, deve essere per ordini orizzontali. Abbiamo parlato di quelle apparecchiature per ordini verticali solamente per far conoscere le difficoltà prodotte da questo genere d'apparecchio, e procurar così a quelli che vorranno esercitarsi in questa parte dell'arte,

i modi di farne le proiezioni e le particolarità per eseguirli in modelli onde rendersi familiari con quanto l'arte del taglio ha di difficile. Si osserverà frattanto che la disposizione indicata dalle figure 5 e 6, pei segmenti fuori del quadrato inscritto può essere impiegata per nicchie; e quelle delle figure 15 e 16 per trombe nell'angolo presso un tamburo. Intanto risultando una spinta maggiore, l'uso dev'esserne ristretto a proporzioni di picciolissima estensione.

Delle volte a nicchia.

La forma delle volte sferiche è tanto vantaggiosa che le si possono tagliare in due parti con un piano verticale passante pel centro, e queste parti si sostengono indipendentemente l'una dall'altra. Si possono anche tagliare in quattro parti con piani verticali intersecantisi al centro, e ciascuna di queste parti si sostiene egualmente da sè.

Le volte a nicchia possono apparecchiarsi in tre diverse maniere; o per ordini orizzontali formanti semi-corone, o per ordini verticali, o per ordini a forma di tromba.

La nicchia rappresentata dalle figure 1, 2 e 3 della Tavola XLIX è apparecchiata a tromba. In ciascuna di queste figure la lettera H indica il mensolone, che è rappresentato di fronte nella figura 1, in pianta nella figura 2, ed in profilo nella figura 3. Le commesure dei peducci tendenti al centro della nicchia, sono indicate con linee rette nell'alzato di fronte, figura 1, e con linee curve nella pianta e nel profilo, figure 2 e 3.

Per trovare la proiezione curva di queste commesure, si dividerà la parte della spessezza del muro in pianta, figura 2, che le comprende, in due o tre parti, eguali od ineguali, con linee *qr* ed *st* parallele alla faccia AC: queste linee indicheranno i raggi dei quarti di cerchi che divideranno la superficie della nicchia in elevazione, in parti proporzionali a quelle della pianta. Così per la prima commessura *ai* dell'alzato, si abbasseranno dai punti 1 e 2 ove questi quarti di cerchi incontrano le commesure, delle parallele all'asse DC, comune alle due figure, che taglieranno le linee della pianta *qr* ed *st* nei punti 1' 2' che saranno due di quelli della curva di proiezione di questa commessura in pianta, la quale deve terminare ai punti *a* ed *i*, il che dà quattro punti per descriverla; e così delle altre.

Per delineare i peducci di questa nicchia, si può far uso di modelli per tutte le loro facce e commesure, cioè: di uno per l'elevazione,

figura 1, che può servire per le due coste, voltandolo da destra a sinistra; due di commessura, e finalmente uno pel mensolone. Nella figura 4 si sono raccolte le facce delle commesure che trovansi disposte l'una sull'altra in modo che la linea indicante in ciascuna gli spigoli della piegatura dei risalti e lo spigolo dell'estradosso della chiave, è comune a tutti.

Siccome la superficie concava di questa nicchia è considerata esattamente sferica, così le curve *el*, *bk* ed *ai* sono archi di cerchio eguali descritti col raggio AC.

La figura 5 rappresenta la chiave veduta in prospettiva; i suoi spigoli ed angoli principali sono indicati con lettere corrispondenti a quelle della pianta, dell'alzato e del profilo.

Tromba a forma di nicchia sopra uno spigolo.

Le figure 6 e 7 rappresentano l'alzato, veduto di fronte, e la pianta di questa volta. Le divisioni dei peducci tendenti al centro I sono fatte sul semicerchio, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* della elevazione presa per curvatura primitiva, la cui proiezione in pianta è rappresentata da una linea retta, colle divisioni corrispondenti segnate colle stesse lettere. Le divisioni sulle curvature di fronte sono determinate dal prolungamento delle commesure, fino all'incontro dei piani verticali formanti l'angolo sporgente. Gli spigoli curvi che formano colla superficie, sono, per la proprietà della sfera, quarti di cerchio, dei quali A, B, C, D, E, F, G, H dell'elevazione indica l'accorciamento ellittico formato colle ordinate B'1, C'2, D'3 e K'4 di un quarto di cerchio, di cui A'K' è il raggio. Una delle due facce sviluppate è rappresentata dalla figura 9 colle sue divisioni di commessura per servire di modelli.

La figura 8 fa vedere una sezione o profilo di questa tromba, presa su RIK' asse comune delle proiezioni in pianta ed in alzato.

Siccome questa volta è supposta grande abbastanza perchè i peducci non possano essere di un sol pezzo, così si è rappresentato nella parte tagliata il profilo della commessura che divide la chiave in due parti e quello del mensolone. Le linee formate dalle commesure degli altri peducci alla superficie concava, sono pure indicato sulle proiezioni in pianta ed in alzato e nella parte del profilo non tagliata.

La figura 10 rappresenta la parte superiore della chiave, il cui profilo è indicato nella figura 8. Per formare questa parte del peduccio fa d'uopo cominciare dal letto orizzontale

superiore che è la sua faccia maggiore, indicata in pianta, figura 7, da K' , L' , 13, 14, P' : dopo avervi applicato un modello della stessa forma per delineare il suo contorno si faranno tagliare le due facce LRDK ed RKEP ad angolo retto fra loro e colla faccia superiore; si applicherà su ciascuno il modano R'' , L'' , K'' , D'' preso sulla figura 9, volgendolo in modo che il lato $R''K''$ cada sullo spigolo RK per le due parti. Questi modelli serviranno con una falsa squadra $R''L''D''$, a formare le superficie sulle quali devono essere applicati quelli di commessura i quali daranno le curve degli spigoli della superficie. Dietro queste curve e quello delle facce DK e KE, si formerà coll'aiuto di una curvatura modellata sopra K^3 16 del profilo figura 8, la superficie curva di questa faccia, sulla quale descritta la linea 11, 12, si terminerà questa parte di peduccio tagliando la sezione di dietro con una falsa squadra bismante l'angolo misto K^3 , 16, 15.

Colla figura 11 si è rappresentata un'altra parte di peduccio avente in fianco un risalto per ragguagliarsi coi filari orizzontali.

Puossi disegnare questo peduccio, come il precedente, cominciando dal letto orizzontale superiore, di cui si leverà il modello sulla pianta; si farà la grande commessura dalla parte della chiave colle false squadre applicate agli angoli dell'alzato; quindi il frontale e la parte di commessura formante risalto, che debbono essere ad angolo retto col letto superiore; e dopo aver preparata la faccia dell'altra commessura si disegneranno coi modani di testa e di commessura corrispondenti alle facce fatte, gli spigoli retti e curvi che debbono terminarle. Per formar la superficie curva si farà uso di curve modellate sul profilo come abbiamo indicato pel peduccio precedente.

Volte sferoidiche su pianta circolare ed ellittica.

Le prime sono anche chiamate volte sferiche schiacciate, o volte a cielo di forno; ve ne sono pure di rialzate sopra una pianta circolare. Altronde queste volte differiscono da quelle sferiche solamente per la forma della loro curvatura prodotta da un'ellisse o imitazione d'ellisse invece d'una semi-circonferenza di cerchio.

La maniera di fare la proiezione in pianta, la sezione o gli sviluppi di questa specie di volte è assolutamente la stessa come per le volte sferiche di cui abbiamo parlato poc'anzi.

La disposizione d'apparecchio che lor meglio conviene tanto per la solidità, quanto per la precisione e facilità d'eseguirle, è per quella per ordini di peducci orizzontali in forma di corone, come abbiamo testè indicato per le volte sferiche.

La figura 2 della tavola L rappresenta il quarto di una volta sferoidica sopra una pianta circolare, la metà della cui curvatura è una semiellisse $AabcP$, figura 1, divisa in tre ordini di peducci fino alla chiave. Il primo, la cui sezione è espressa da $EdaAG$, forma risalto col muro. La curva d'estradosso di questa volta le dà per ispessenza nel mezzo della chiave la metà di quella che ha al punto ove si stacca dal muro. Le proiezioni delle commessure d'estradosso sono indicate in pianta, figura 2, da linee punteggiate.

La figura 3 fa vedere la prospettiva d'uno dei peducci del secondo ordine, sviluppato in una parte di cilindro incavato la cui base è presa sulla pianta, ov'è segnata colle lettere $hikm$, comprendendo lo sporto della sezione inferiore. Sulle commessure rette di questa specie di prisma si applica il modello $dabc$, preso sulla sezione figura 1, che si volge per delineare la parte opposta. Circa al consumo della pietra prodotto da questa maniera d'operare, osserveremo, come abbiamo già fatto per la volta sferica della Tavola XLVIII, figura 1, che facendo poggiare a questa faccia i triangoli dna , ebc , puossi far a meno delle parti pde , abq , facendo le sole superficie preparatorie indicate da dn , na ; eo ed ob per delinearvi le curve degli spigoli ee , bb e dd , aa .

Volta sferoidica sopra una pianta ovale od ellittica.

La superficie interna di questa specie di volta si considera prodotta dalla rotazione dell'ellisse od ovale della pianta attorno all'asse maggiore, in guisa che tutte le sezioni verticali che si facessero nel senso della larghezza parallelamente all'asse minore sarebbero semicirconferenze di cerchio: tale è la volta rappresentata dalle figure 4, 5, 6, 7 della Tavola L. La curvatura primitiva sulla quale è stata fatta la divisione degli ordini di peducci, è un quarto di cerchio il cui raggio AC è eguale alla metà dell'asse minore dell'ellisse in pianta.

Conviene osservare che gli ordini de' peducci dovendo essere orizzontali, ne risulta che la curvatura della volta sull'asse maggiore, essendo più allungata di quella dell'asse mino-

re, le superficie non sono d'eguale larghezza, che va aumentando dall'asse minore fino al maggiore.

La proiezione in pianta delle commessure orizzontali forma molte ellissi simili, cioè tali che i loro assi conservano lo stesso rapporto, ma esse non sono equidistanti.

L'esecuzione di questa specie di volta presenta assai maggior difficoltà ed esige più operazioni di quella delle volte sferiche o sferoidiche a base circolare, perchè l'ineguaglianza dei diametri della base ellittica obbliga ad un allungamento di curva per ciascuna commessura sagliente. Il metodo più semplice per avere questi allungamenti, ad esempio, quello della commessura sagliente la cui proiezione in pianta, figura 5, è espressa dalla linea retta $\delta'' 4''$, consiste: 1.^o nell'abbassare dalla parte della curvatura primitiva corrispondente a questa commessura, figura 4, lo strapiombo o perpendicolare $c, 4$, e l'orizzontale $\delta, 4$; 2.^o dopo aver diviso $\delta, 4$ in quattro parti eguali, in elevare dai punti di divisione delle parallele a $c, 4$ fino all'incontro della curva; 3.^o nel divider pure la linea di proiezione $\delta'', 4''$ della pianta, figura 5, in quattro parti eguali; e poi punti di divisione, elevate delle perpendicolari indefinite, si porterà sopra ciascuna l'altezza corrispondente di quella della figura 4, e per tutti questi punti portati sulla figura 5 si disegnerà con un regolo pieghevole la curva $\delta'' c''$, che sarà quella della commessura indicata dalla linea retta $\delta'', 4''$. Operando del pari per ciascuna commessura si troveranno tutte le curve d'intradosso e d'estradosso.

Convien osservare che le commessure di grossezza quali sono da, eb, cf , non debbono formare superficie di coni concentrici, le cui sommità si trovino sull'asse della volta, come nelle volte sferiche o sferoidiche a base circolare. La regolarità, la precisione e l'osservanza del principio generale della solidità del taglio delle pietre esigerebbero in questo caso che le commessure fossero dovunque per-

pendicolari alla superficie interna della volta, il che darebbe spigoli e superficie a doppia curvatura, per le sezioni e commessure difficilissimi ad essere eseguite (1).

Le due parti di volte sferoidiche di questo genere eseguite nell'ingresso e nel coro della chiesa di Santa Genoveffa sono state fatte col metodo di Frezier; ed è pur quello da noi seguito per la volta espressa dalle figure 4, 5, 6 e 7. Ond'operare con maggior precisione, fa d'uopo, oltre l'allungamento delle curve formanti gli spigoli delle commessure saglienti, cercarne due altri gk ed hi , collo stesso metodo, che dividano la lunghezza del peduccio in tre parti, secondo le quali si formeranno delle curve intermedie per incavare la superficie con maggior esattezza. Si faranno i tagli delle facce superiore ed inferiore con false squadre miste il cui braccio retto dev'essere perpendicolare a ciascuna delle curve.

La figura 7 rappresenta uno dei peducci del secondo ordine coll'indicazione della massa nella quale è stato sviluppato, e delle lettere che corrispondono alle figure 4 e 5.

Questa maniera d'operare è la sola convenevole, quando la superficie interna della volta debba essere ornata di scompartimenti o cassettoni quadrati come quelli rappresentati dalla figura 11. Ma se nulla guasta la disposizione dell'apparecchio, fa d'uopo scegliere quella più analoga alla formazione della superficie della volta.

Abbiamo detto poc'anzi che si poteva considerare questa specie di volta come formata da una semi-rivoluzione della metà dell'ovale o dell'ellisse della pianta attorno all'asse maggiore. Così, prendendo questa mezza ellisse per curvatura primitiva, e dopo averla divisa in peducci si può immaginare che questa curvatura volgendosi attorno al suo diametro maggiore formi degli archi verticali concentrici che indicheranno l'apparecchio delle due nicchie riunite. Questa disposizione, perfettamente analoga alla formazione della volta, fornisce un modo semplice e facile per eseguirla con precisio-

(1) Tutti gli autori di stereotomia che hanno dato il taglio delle pietre nelle volte sferoidiche sopra una pianta ovale od ellittica, sono incorsi in due errori; l'uno nella proiezione delle commessure orizzontali ch'essi hanno figurato in pianta con ovali od ellissi concentriche ed equidistanti; l'altro indicando in uno stesso piano la proiezione delle commessure saglienti con linee rette tendenti al centro. Frezier è il primo che abbia rilevato queste pratiche viziose e che abbia dimostrato che la proiezione delle commessure orizzontali indicanti gli ordini di peducci doveva essere espressa

la pianta da ellissi od ovali simili ma non equidistanti. Quanto alle commessure saglienti che separano i peducci di ciascun ordine, egli ammette che dovrebbero essere espressi con linee curve, ed aggiugne che converrebbe che fosse così quando i peducci sono in numero abbastanza piccolo da render sensibile la curvatura; ma se il numero ne è grande potranno senza errore sensibile essere presi per retti, ciascuno in particolare, perchè comprenderebbero una picciolissima parte di curva le cui inflessioni non sono punto considerabili.

ne, evitando l'inconveniente degli angoli acuti ed ottusi che puossi rimproverare al metodo precedente.

Questi ordini di peducci sono rappresentati in pianta da linee rette parallele all'asse minore dell'ellissi, ed in alzato, figura 7, da semicirconferenze di cerchi concentrici, le cui linee della pianta sono i diametri. Le commesure corrispondenti a queste circonferenze formano superficie di cono tronchi; la cui sommità per ciascheduno, è il punto ove la commesura prolungata incontra l'asse maggiore. Le altre commesure sarebbero superficie piane tendenti all'asse. Da questa disposizione d'apparecchio risulta che i peducci possono essere disegnati facilmente e con precisione maggiore di quella che si ottiene coll'altro metodo, e che non deroga in niente al principio generale del taglio dello

pietre: per questo occorrono solamente archi concentrici onde formare gli spigoli circolari e i modelli di commesura presi sulla curva della figura 6, che serviranno per tutti i peducci d'uno stesso ordine.

Per tagliarli converrà cominciare da una faccia a piombo, corrispondente alla linea retta di proiezione sulla quale si disegneranno con curve gli spigoli superiori ed inferiori. Per le commesure rette occorrerà un modello levato sulla sezione, figura 6.

Per formare regolarmente le superficie d'intradosso e d'estradosso, si leveranno sulla curvatura, figura 7, delle curve concave e convesse; e per collocarle convenientemente, si divideranno gli spigoli circolari superiori ed inferiori in uno stesso numero di parti eguali.

N O T A

Sulla maniera di descrivere i cassettoni nelle volte sferiche e sferoidiche.

I cassettoni possono esser disegnati sul luogo dopo che si è pulita la superficie, o sulle parti sviluppate delle facce. Il primo metodo dà un risultamento più esatto, ma è necessario far uso dell'altro per disporre l'apparecchio in modo che le commessure si ragguaglino colla distribuzione degli scompartimenti.

Per segnare i cassettoni sulla superficie di una volta sferica già edificata, qualunque sia la loro forma, comincerassi col dividere la circonferenza a livello, che dev'esser di base al primo ordine, in ragione del numero de' cassettoni da contenersi in ciascun ordine. Da tutti i punti indicanti il mezzo delle coste e dei cassettoni si eleveranno le perpendicolari che debbono riunirsi in mezzo alla chiave della volta, come si vede delineato per un quarto sulla figura 8 della Tavola L. Queste linee possono essere considerate come le circonferenze di molti semicerchi verticali che s'intersecano nell'asse della volta; donde risulta che se si tende un cordone per rappresentare il diametro di uno di questi cerchi, si troveranno i punti della sua circonferenza elevando con un piombo molti punti corrispondenti sulla superficie della volta, pei quali si farà passare una linea che sarà la circonferenza di questo cerchio. Per descriverla, converrà servirsi di una curva tagliata secondo la curvatura della volta, affilata e retta in coltello, la quale servirà di regolo. Questa curva per esser comoda e meno soggetta a cambiar di figura non deve avere più d'un metro in lunghezza. I punti elevati dal diametro rappresentato dal cordone devono essere meno distanti di un mezzo metro fra loro, onde aver sempre tre punti per fissare la curva.

Invece di elevare i punti a piombo di ciascun diametro, si può operare in modo più semplice e spedito servendosi di un filo a perpendicolo fermato in mezzo alla chiave della volta; quindi di notte collocando successivamente un lume ad ogni divisione opposta a quella per cui si vuole innalzare una circonferenza verticale, sull'ombra proiettata dal filo si poserà successivamente

la curva di cui abbiamo parlato. Dopo aver descritto con questo metodo, o semplicemente collo sbiecare, il mezzo delle coste e dei cassettoni si determinerà la loro altezza col metodo seguente che è quello da noi impiegato per segnare i cassettoni che adornano le volte sferiche della nuova chiesa di Santa Genoveffa. Esso consiste nello inscrivere dei cerchi, gli uni sopra gli altri nelle divisioni o parti di sviluppo comprese fra gli archi verticali che passano per mezzo ai lati come si vede sopra uno di questi sviluppi, rappresentato dalla figura 9. Quando una volta è terminata alla sua origine da una cornice, invece di considerare il cerchio della sua base come il margine inferiore del primo ordine di cassettoni, converrà alzar questo di una quantità tale che l'elevazione della volta, la sua grandezza e la disposizione dell'edificio potranno sole far conoscere. Nell'esempio che noi qui diamo, si è fissato questo innalzamento alla metà di una delle divisioni già trovate sulla circonferenza; così per fissare il margine inferiore del cerchio circoscritto del primo ordine di cassettoni, si è descritto sopra EF, figura 9, una semicirconferenza di cerchio che ha dato il punto 2 pel quale si è descritto dalla sommità del triangolo sferico, formante lo sviluppo della costa, un arco di cerchio orizzontale *ab*: diviso quindi l'angolo *ga2* formato da questo segmento ed uno dei verticali EG in due eguali col mezzo di un arco descritto dal punto *a* come centro e col raggio *az*, si è tirato dal punto *a* e pel mezzo di quest'arco una linea che ha incontrato il mezzo del cassettone nel punto 3. Questo punto è il centro del cerchio da descrivere fra le curve verticali EG ed FH che esso deve toccare, del pari che il circolo orizzontale *ab*.

Pel punto 4 della circonferenza superiore di questo cerchio si è fatto passare un secondo circolo orizzontale che ha dato per ogni cassettone del primo ordine il quadrilatero *acdb* circoscritto al cerchio che rinchiede lo scompartimento. È inutile il dire che si otterranno i cassettoni se-

guenti ripetendo l'operazione per noi descritta (1).

L'intersezione di due diagonali curve $a3d$, $e3b$ con quest'ultimo cerchio, determinano nei quattro punti $klmn$ la metà della larghezza del campo e quella del primo quadro o incavatura; il secondo trovasi col dividere 2, 3 e g , 3 in due parti eguali nei punti o e p pei quali si disegnano con curve verticali ed orizzontali delle linee fino all'incontro delle diagonali. Il cerchio che comprende la massa del rosettone ha per raggio i quattro quinti della larghezza $o3$.

I cassettoni a rombo, figure 8 e 14, si descrivono conducendo delle parallele alle diagonali dei quadrilateri circoscritti ai cerchi d'operazione, alla stessa distanza di quella dei cassettoni quadrati.

Per fare i cassettoni ottangolari, figure 8 e 15, si debbono condurre delle tangenti ai punti $klmn$ che daranno i punti 9, 10, 11, 12, ecc., per i quali e pel centro 3 si faranno passare altre diagonali che colle loro intersezioni coi lati di un cassettone quadrato determineranno i punti di pareggiamento dei quattro lati che formano un ottagono. Il picciolo rombo situato fra i cassettoni deve avere ciascun suo lato eguale a quello degli ottagoni cui corrisponde.

Pei cassettoni esagoni, figure 16 e 8, si determineranno i lati superiori ed inferiori col dividere gli archi ab , cd , figura 16, compresi fra le diagonali, in tre parti, due delle quali si porteranno da ciascun lato della linea verticale db del mezzo del cassettone; cioè per l'alto da d in f ed in g ; e da b in k ed in i al basso. Si deve dividere ciascuno di questi archi, perchè quello all'alto è alquanto minore di quello al basso; quindi pei punti f , O , i e g , O , k si faranno passare due linee curve che taglieranno i lati dei cassettoni quadrati nei punti 1, 2, 3 e 4, che determineranno i lati paralleli al disopra e al disotto; si troveranno gli altri portando sul cerchio orizzontale che passa pel centro una grandezza media fra $O1$, ed $O4$, da O in 5 e 6. La larghezza delle incavature si delineerà tirando delle parallele a questo primo contorno nel rapporto indicato pei cassettoni quadrati.

Per fare la proiezione in pianta di questi cas-

settoni si porteranno tutte le altezze sulla curvatura d'elevazione AL , figura 10, e si abbasseranno per questi punti le perpendicolari sulla linea AC della pianta, che indicheranno i cerchi orizzontali ai quali corrispondono.

Quindi avendo riportato le suddivisioni interiori di due in due sulle grandi divisioni già disegnate sulla pianta; da tutti questi punti e dal centro C della pianta, figura 8, si descriveranno degli archi di cerchio concentrici e delle linee rette che col loro incontro rappresenteranno la proiezione dei cassettoni descritti sulla superficie della volta. Ma se si vogliono esprimere le incavature, dopo aver disegnato il profilo, conviene abbassare le perpendicolari da tutti gli angoli.

Il metodo che abbiamo dato è lo stesso per tutte le volte a basi circolari, comunque sia la loro curva d'elevazione a tutto sesto, acuta o schiacciata.

Quanto alle volte sopra una pianta ovale od ellittica, perchè i cassettoni non producano un effetto spiacevole conviene che i loro ordini sieno compresi fra ellissi orizzontali, figura 11, simili a quella della base; come nelle volte sferiche o sferoidiche su pianta circolare, esse lo sono fra cerchi concentrici. La proiezione dei lati o coste di separazione deve pur formare in pianta le linee rette che s'intersecano al centro. Queste linee che variano di grandezza, sono gli assi maggiori di tante semi-ellissi verticali che danno curve e misure diverse per la larghezza sviluppata di ciascun ordine di cassettoni, ed anche per gli spigoli saglienti delle quadrature di ciascheduno.

Per riuscire a descrivere in questa specie di volta scompartimenti di cassettoni producenti un buon effetto, conviene, dopo divisa la circonferenza dell'ellisse che gli serve di base, in tante parti eguali quante se ne debbono trovare nel mezzo dei lati e dei cassettoni, determinare la loro diminuzione come per la volta a base circolare il cui diametro fosse medio fra l'asse maggiore e l'asse minore dell'ellisse. Così per descrivere lo scompartimento dei cassettoni espresso in pianta dalla figura 11, si è adoperato uno sviluppo, figura 13, fatto secondo una porzione di volta circolare in pianta il cui rag-

(1) Alcuni autori determinano la diminuzione dei cassettoni per ogni ordine con quarti di cerchio, il primo de' quali è descritto dal punto 1 e col raggio $E1$; il secondo con un altro descritto dal punto 2 ove il primo ha tagliata la curva verticale del mezzo di una costa, e così degli altri; ma questo metodo semplicissimo rappresentato dalla

figura 17, dà i cassettoni degli ordini superiori un po' troppo allungati. Il decrescere dei cassettoni nella cupola del Pantheon di Roma, che sembrano conservati fedelmente nella distribuzione primitiva, nei restauri fatti alla volta nel 1756, sembra essere stato determinato con quest'ultimo metodo.

gio CH è medio fra i due semiassi CE, CD; si sono portate le grandezze H, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 sulla circonferenza dell'ellissi media il cui semidiametro fosse eguale a questo raggio, e che si trova espressa da KH, figura 12. Quindi avendo descritto il quarto di cerchio CK che esprime la curvatura d'elevazione sul semiasse CE e l'ellissi KD che è quella il cui semiasse maggiore è espresso in pianta da CD: pei punti 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 si sono condotte le orizzontali che segnano su queste tre curve e su tutte le intermedie che si potrebbero delineare, le altezze di ciascun ordine di cassettoni e le misure dei loro quadri.

Per avere la loro proiezione in pianta, dopo innalzate le perpendicolari EO, HI, DS, conviene prendere le distanze dai punti 1, 2, 3, 4 ecc. a ciascuna di queste linee e portarle sulla pianta dei punti E, H, D, sulle linee EC, HC e DC: per tutti questi punti, segnati colle stesse cifre si descriveranno delle ellissi che esprimeranno le proiezioni delle curve orizzontali passanti per tutte le metà degli ordini di cassettoni e dei campi che li separano. Per aver le linee di quadratura, dopo portate le loro misure sulla curva media KH della figura 12, si opererà come per le linee di mezzo orizzontali.

Col sussidio della pianta di proiezione, che dà tutte le larghezze, e delle curve d'elevazione della figura 12, che somministrano le altezze, si possono descrivere i cassettoni sulla superficie della volta sferoidica, operando come abbiamo qui sopra spiegato per le volte sferiche od a base circolare.

Gli sviluppi, figure 9 e 13, si fanno col metodo per noi indicato alla pagina 52; si osserverà soltanto che tutte le larghezze si prendono sulla pianta o proiezione orizzontale, e gli sviluppi delle altezze sul profilo. Così lo sviluppo, figura 9, ha tutte le sue larghezze eguali a quelle della proiezione in pianta ALLM per una metà, figura 8, di cui può essere riguardato come estensione; del pari che AL del profilo figura 10 è l'estensione di AI, figura 8.

M. Brunet dotto costruttore, del quale avremo più volte occasione di parlare in quest'opera, ha spinto al grado più eminente lo studio di descrivere i cassettoni nelle volte sferiche, all'occasione del lavoro di cui fu incaricato relativamente al calcolo dei ferri della cupola costrutta secondo i disegni di Bellanger, sopra la corte del Mercato delle biade a Parigi.

Si avrà a caro certamente che in seguito delle nozioni precedenti e che presentano tutta l'esattezza desiderabile per casi ordinari della prati-

ca, qui si ponga il metodo per lui trovato onde giugnere allo importante scopo che doveva conseguire.

» Ordinariamente si adornano le volte appa-
» renti con cassettoni nei quali s'intagliano
» rosettoni circolari; e perchè sieno regolari
» tali cassettoni conviene che dal centro si possa
» loro inscrivere un cerchio tangente ai quat-
» tro lati. Nelle volte sopra un piano retto i
» cassettoni sono formati da un quadrato per-
» fetto, nel quale senza difficoltà può essere
» inscritto un cerchio; ma non è lo stesso delle
» volte sferiche ove i cassettoni sono formati da
» quattro curve, due verticali ed eguali in al-
» tezza che sono i lati, e due orizzontali, una
» per la base e l'altra per la sommità, che
» sono ineguali perchè le loro lunghezze sono
» proporzionali ai raggi orizzontali da cui di-
» pendono.

» Fino ad ora si è ottenuto il raggio del
» circolo inscritto dallo sviluppo del quarto di
» circonferenza; ma questo metodo di cui
» parlerò alla fine di quest'opera, divenendo
» impraticabile per un quarto di circonferenza
» di 95 piedi di sviluppo, ed esigendo esat-
» tezza i cassettoni dei quali i primi hanno
» più di 7 piedi di sviluppo, sono stato co-
» stretto a cercare un metodo che desse l'al-
» tezza di ciascun cassettone in modo da con-
» seguire lo scopo proposto.

» La figura 1, Tavola XLVII rappresenta
» un fuso DEPBH descritto sulla superficie di
» un globo che deve rinchiudere i cassettoni
» e che ha per base l'arco DOH, una delle
» divisioni che assegnano il numero dei cas-
» settoni sul cerchio massimo della base QOV
» che divide questo globo in due emisferi e-
» guali. Sarà facile figurarsi quindi che la
» superficie dell'emisfero superiore sia divenu-
» ta la superficie interna di una volta sferica.
» facendo passare un cerchio massimo PGO
» pel mezzo di questo fuso, trattasi di trovare
» su quest'arco, pel primo cassettone e quin-
» di pei cassettoni superiori, i punti C, G,
» I, dai quali come centri si possano descri-
» vere de'cerchi che tocchino i tre lati del fuso;
» questi cerchi istessi danno nei punti A, S,
» X, l'altezza di tali cassettoni.

Costruzione.

» Figura 1. Per avere il centro del primo
» cassettone si porterà uno dei grandi archi
» PED, PBH, ciascuno di 90°, sul cerchio
» massimo piano VOQ, da D in g, e la me-
» tà DO dell'arco della base del fuso, da D

» in F sull'arco o lato PED . Se per i punti
 » g , F si fa passare un arco di cerchio mas-
 » simo il cui centro sia preso sul prolunga-
 » to dell'arco PED , dico che quest'arco gCF
 » sarà perpendicolare al detto arco massimo
 » PED , e che taglierà l'arco del mezzo in
 » un punto C che sarà il centro del cerchio in-
 » scritto; in guisa che si avrà il raggio CO
 » eguale al raggio CF ; descrivendo questo
 » cerchio darà sulla curva del mezzo; nel pun-
 » to A , l'altezza del cassettone, e si farà
 » passare per questo punto A un cerchio oriz-
 » zontale MAN , che determinerà in aAb il
 » quarto lato del cassettone.

» Per avere il centro del secondo cassettone
 » si farà l'arco OHV di 90° e pei punti V ,
 » A si farà passare un arco di cerchio massi-
 » mo VAE il cui centro sarà preso sul prolun-
 » gamento della curva del mezzo PGO , ac-
 » ciò questi archi si taglino ad angoli retti;
 » quest'arco VAE taglierà in B , E , le co-
 » ste del fuso, e si avrà $BA=AE$. Si porterà
 » l'arco EA sulla costa del fuso in Ef , pei punti
 » g , f , si farà passare un arco di cerchio
 » massimo che taglierà l'arco di mezzo nel
 » punto G ; questo punto sarà il centro del
 » cerchio inscritto, che darà in S l'altezza
 » del secondo cassettone, e per questo punto
 » S si farà passare un cerchio orizzontale eSa
 » che terminerà nei punti T , R , l'altezza del
 » quarto lato del secondo cassettone.

» Una simile operazione, dopo aver descrit-
 » to l'arco di cerchio massimo $VzSy$, darà,
 » portando yS in yp , e descrivendo l'arco di
 » cerchio massimo gp , un punto t sulla curva
 » del mezzo, che sarà il centro del cerchio in-
 » scritto nel terzo cassettone: lo stesso dicasi
 » dei cassettoni superiori.

Dimostrazione.

» Pel primo cassettone: il fuso DgF è e-
 » guale al fuso DPO , poichè le sue coste DHg ,
 » FHg , sono ciascuno di 90° , e per costru-
 » zione la sua base DF è eguale a DO . Se
 » dagli archi eguali DHg , DEP si sottraggo-
 » no gli archi eguali DO , DF , i complemen-
 » ti OHg , FEP resteranno eguali ed i trian-
 » goli gOC , PFC , rettangoli in O , F , sa-
 » ranno eguali e simili; perchè il lato gO è
 » eguale al lato PF , e gli angoli in g , P ,
 » sono eguali poichè sono misurati dagli ar-
 » chi DF , DO eguali per costruzione, in gui-
 » sa che i piccioli lati CO , CF di questi trian-
 » goli sono eguali, e per conseguenza il pun-

» to C è il centro del triangolo inscritto nel
 » primo cassettone.

» Pel secondo cassettone: l'arco di cerchio
 » massimo gGf , perpendicolare all'arco di cer-
 » chio massimo PfE sega nel punto q l'arco
 » di cerchio massimo $VBAE$ perpendicolare al-
 » l'arco di mezzo PGO ; io dico che i trian-
 » goli qfE , PAE , rettangoli in f , A , sono
 » eguali e simili perchè hanno un angolo co-
 » mune in E , e per costruzione il lato EF è
 » eguale al lato EA ; si avrà per conseguenza
 » il lato Eq eguale ad EP ; se da questi lati
 » eguali si tolgono gli archi eguali EA , Ef ,
 » i residui Aq , fP saranno eguali; allora i
 » triangoli qAG , PfG saranno eguali e simili,
 » poichè sono rettangoli in A , f , ed hanno,
 » come si è veduto, il lato Aq eguale al la-
 » to fP , e gli angoli AGq , fGP sono opposti
 » al vertice. D'onde risulta che il lato mino-
 » re AG essendo eguale al minor lato fG , il
 » punto G è il centro del cerchio inscritto nel
 » secondo cassettone.

» Nella stessa maniera si dimostrerà riguar-
 » do al terzo cassettone, che gli archi ptg ,
 » yzV , tagliandosi nel punto u , i triangoli
 » rettangoli uSt , Ppt , sono eguali e simili,
 » donde risulta che il lato minore tS essendo
 » eguale al minore tp , il punto t è il centro
 » del cerchio inscritto nel terzo cassettone. Sa-
 » rà lo stesso pei cassettoni superiori.

Soluzione.

» Pel primo cassettone, nel triangolo gOC ,
 » rettangolo in O , si conosce il lato Og , com-
 » plemento del semiangolo della base DO , e
 » l'angolo in g , misurato dall'arco DF eguale
 » a DO ; si troverà il lato minore o raggio CO ,
 » con questa analogia.

» 1.^a Analogia. *Il seno totale sta al se-
 » no del lato conosciuto (in questo caso gO)
 » come la tangente dell'angolo obbliquo (qui
 » l'angolo in g eguale all'angolo in P , pri-
 » ma semibase) sta alla tangente dell'altro
 » lato del triangolo (in questo caso il lato
 » minore CO eguale a CF).*

» Nel triangolo PAE , rettangolo in A , si
 » conosce il lato PA coseno dell'altezza AO
 » del primo cassettone; si troverà il lato pic-
 » colo AE per la stessa analogia e colla stes-
 » sa maniera che si è trovato il lato picco-
 » colo CO del triangolo gOC .

» Pel secondo cassettone, nel triangolo PAE ,
 » rettangolo in A , si conosce il lato PA , com-
 » plemento dell'altezza ACO del primo casse-
 » tone, e l'angolo in P , misurato dall'arco

» DO; si troverà il lato minore EA coll' analogia precedente, e si otterrà l'ipotenusa PE con quest' altra analogia.

» 2.^a Analogia. *Il coseno dell'angolo obliquo conosciuto (in tal caso gO) sta al seno totale, come la tangente del lato conosciuto (in tal caso PA) sta alla tangente dell'ipotenusa cercata (per questo caso PE).*

» Nota. Siccome queste due analogie sono le sole delle quali si farà uso nell'operazione dei cassettoni, esse vi saranno indicate soltanto per la prima e seconda analogia.

» Si dedurrà il lato minore AE, trovato dopo il primo cassettone, dall'ipotenusa PE che si è ottenuta colla seconda analogia; resterà il lato Pf del triangolo Pfg, rettangolo in f, di cui si conosce l'angolo in P, misurato dalla semibase DO. Si troverà quindi il lato minore o raggio fG colla prima analogia.

» La dimostrazione è la stessa pei centri dei cassettoni superiori.

Costruzione grafica.

» Si potrà stabilire la presente costruzione sopra una figura in grande battendo il cordone, onde poter cassare le linee a misura che si saranno ottenute le altezze dei cassettoni; e potrà bastare la metà del cerchio della volta.

» Sia un cerchio PLgD, figura 2, la pianta di una volta sferica. Io suppongo qui, perchè l'operazione sia più sensibile, che questo cerchio sia diviso in otto parti che debbono servir di basi ad altrettanti cassettoni, e che l'arco OD, misura dell'angolo DHO, sia la metà di una di queste divisioni. Per un punto M preso a piacere sul raggio HO, si condurrà MF, parallela al diametro LD, che si taglierà ad angoli retti col secondo diametro gP. Pel punto I ove questo secondo diametro taglia la linea MF, si condurrà IK, parallela al raggio HO; nel punto M si eleveranno alle linee MI, HO, le perpendicolari MK, MN; all'intersezione K delle linee IK, MK, si prenderà MK che si porterà in MN e si tirerà il raggio HNC.

» La corda dell'arco OC sarà il raggio del cerchio inscritto pel primo cassettone.

» Gli archi gO, OD, OC, sono rappresentati dalle stesse lettere sulla figura 1.

» Per ottenere il centro del secondo cassettone, si porterà due volte l'arco OC, da D in A, l'arco DA sarà l'altezza del primo cassettone, e l'arco AP il suo complemento. Per un punto a preso a piacere sul raggio HA si condurrà la linea ag parallela al diametro LD, che taglierà nel punto b il diametro gP; per questo punto b si condurrà dm parallela ad HO; o, ciò che è lo stesso, si farà l'angolo abd eguale al primo angolo della base DHO. Pel punto a si condurranno alle linee ag, HA, le perpendicolari ad, ae; pel punto e, si condurrà il raggio HB che darà sul cerchio l'arco BA. Si porterà bd in bq sulla linea ag; pel punto q si tirerà il raggio HE; si porterà l'arco BA in Ef, e si menerà il raggio Hf, che taglierà nel punto h la linea ag; per questo punto h si eleveranno alle linee ag, Hf le perpendicolari hm, hn; all'incontro m colla linea dm, si prenderà hm che porterassi in hn; e pel punto n si condurrà il raggio HG.

» La corda dell'arco Gf, sarà il raggio del cerchio inscritto nel secondo cassettone; portando due volte l'arco Gf, da A in S, l'arco AS sarà l'altezza di questo stesso cassettone, e l'arco PS sarà il complemento dell'altezza dei due primi cassettoni.

» È essenziale osservare che l'angolo dba è sempre eguale all'angolo OHD.

» La stessa operazione darà i centri dei cassettoni superiori.

» La descrizione dei cassettoni nelle volte sferoidiche esige un altro metodo: quello che ho esposto può applicarsi alle sole volte esattamente sferiche, ed io lo credo preferibile in questo caso per la sua precisione, alla descrizione con quello degli sviluppi.

(Estratto di una Memoria sulle dimensioni dei ferri che debbono formare la cupola del Mercato dei grani, stampata nel 1809, per ordine del ministro dell'interno).

CAPO TERZO

DELLE VOLTE COMPOSTE

Timpani (1), o volte sferico-cilindriche formanti la base delle cupole erette su pianta quadrata.

I timpani sono parti di volte sferiche o sferoidiche risultanti dalla sottrazione di varie porzioni di queste volte con piani verticali ed orizzontali. Essi sono adoperati per stabilire una pianta circolare od ellittica sopra una pianta quadrata o rettangola, o sopra un poligono qualunque nel quale sembra inscritta. Le cupole elevate sopra la crociera delle navate di una chiesa sono erette nell'istesso modo. Quando la pianta della croce è un quadrato, le facce delle arcate che formano l'apertura delle navate possono considerarsi come i piani verticali che tagliano da una volta sferica quattro segmenti, e la base del tamburo come un quinto piano orizzontale che sopprime la parte superiore della volta, in guisa che di questa volta rimangono quattro triangoli sferici. Onde correggere il cattivo effetto risultante da questi triangoli che sembrano appoggiare sopra un punto, ed ingrandire nello stesso tempo il diametro della cupola, gli architetti hanno formato in molti edifici di questo genere un taglio in linea retta come nelle cupole di San Pietro di Roma, degl'Invalidi, della Nuova chiesa di Santa Genoveffa ed altre. Risulta da questa disposizione che la faccia dei timpani non è più una parte di volta sferica, ma una superficie irregolare, di cui una metà è rappresentata in pianta ed in alzato da ABCD figure 1, 2, 5 e 6, Tavola LI, che Frezier indica sotto il nome di superficie sferico-cilindrica, terminata da tre archi di cerchio e con una retta per base.

Se invece di una retta A_7 , si prenda per base l'arco di cerchio AH, descritto dal centro della cupola segnato E, il timpano diverrebbe una parte di volta sferica regolare che non presenterebbe maggiori difficoltà degli stra-

piombi delle volte sferiche inscritte in un poligono qualunque; e per tal modo si eviterebbe la deformità delle superficie storte il cui effetto è così sensibile nei timpani della cupola degl'Invalidi. Questa base curva non impedirebbe che la parte dei piloni che vi corrisponde non fosse in linea retta. La differenza sarebbe tanto meno sensibile in quanto che si trova sempre una cornice, un plinto od uno sporto qualunque nel punto della loro commessura. Allora tutte le curve comprese nei piani verticali tendenti all'asse della cupola sarebbero cerchi massimi della sfera il cui raggio è AE.

Convien inoltre osservare che nello stesso caso in cui si volesse conservare la linea retta AB, la parte ADG potrebbe sempre essere un triangolo sferico. La parte AGCB, sarebbe del pari formata da archi di cerchio situati nei piani verticali tendenti all'asse, i cui raggi sarebbero diversi per ciascheduno, e i cui centri sarebbero sullo stesso piano orizzontale ove si trova quello della parte sferica; la grandezza dei raggi degli archi della parte mistilinea aumenterebbe a misura che si allontanassero da AG, in guisa che il più grande sarebbe quello dell'arco BC' del profilo, figura 7, il cui centro è in I.

Apparecchio dei timpani con ordini di peducci orizzontali.

Questa disposizione di apparecchio è quella che meglio conviene alla solidità ed alla più facile esecuzione. La proiezione di questi ordini di peducci è espressa in pianta con archi di cerchi concentrici pei triangoli sferici AGD, figure 2 e 6, e con curve che dirizzandosi andrebbero da GC fino ad AB.

Per aver queste curve conviene supporre fra G e C tanti archi verticali quanti punti si vorranno avere per ciascuna curva, e riunirli in profilo, figura 3, in guisa che abbiano un

(1) Altrimenti denominati angoli, peducci, pennacchi e fescine. Gli editori.

punto comune B: così, si porteranno AG, ab, cd, BC, proiezioni in pianta di questi archi, da O in C, d, b, G, figura 3, e si tireranno le corde BG, Bd, Bb e BC, sul mezzo delle quali s'innalzeranno perpendicolari indefinite che segheranno l'orizzontale BI in 1, 2, 3, I, che saranno i centri di ciascuno di questi archi. Si prenderanno le distanze della direttrice BO alle intersezioni formate da questi archi e dalle altezze dei filari, che si porteranno sulla loro proiezione in pianta, figura 2. Per esempio per l'arco BG si prenderà la distanza dei punti p, n, l, i, g, ed e a questa direttrice BO, che si porterà sulla pianta da A in p, n, l, i, g, ed e; quando si avrà operato così per gli altri archi, si faranno passare per tutti questi punti le curve ef, gh, ik, lm, no, e pq, che ponendosi a diritto vanno da GC in AB.

Quindi si descriveranno i punti e, g, i, l, n, p, e da E come centro si descriveranno degli archi fino all'incontro di AD, che indicheranno, del pari che le curve qui sopra indicate, gli sporti corrispondenti a ciascuna linea o commessura orizzontale.

Questi archi la cui proiezione in pianta, figura 2, è rappresentata dalle linee rette 9, 10; 11, 12; 13, 14; 15, 16; 17, 18; 19, 20 ed AG tendenti al centro della sfera, sono indicati cogli stessi segni nella figura 3. Sopra ciascuno di essi si elevano le curve che servono a disegnare le pietre ed a guidare in seguito nell'operazione dell'arricciatura. Convien osservare che questi archi i quali presentano sezioni fatte con piani verticali che s'incontrano all'asse, hanno il loro centro sullo stesso, ma non tutti nel medesimo punto come i cerchi massimi della sfera.

Timpani apparecchiati in tromba o con peducci disposti a forma di pennacchio.

Questa disposizione di peducci che allargansi all'alto e sono rinchiusi fra commessure saglienti continue ha fatto dare ai timpani nei quali è stata adoperata il nome di pennacchi.

La superficie dei pennacchi è supposta formata da archi di cerchio come gli altri timpani; ma questi archi invece d'essere compresi nei piani tendenti all'asse della cupola li sono fra quelli che si riuniscono nell'interno di ciascun pilone ad una verticale la cui proiezione è il punto K.

Perchè questo genere di apparecchio produca un buon effetto non è necessario che la divisione delle commessure saglienti sia fatta sul-

l'arco intero CD della pianta, figura 6, ma sulla parte CM, onde evitare l'assottigliamento troppo grande degli spigoli dell'ordine di peducci che AD deve AD congiungere.

La parte MD dell'arco AD appartiene all'apparecchio di quest'arco, in una estensione che può essere il quarto o il quinto dell'arco CD: qui trovasi alquanto più picciola del quarto.

Per descrivere la proiezione di queste commessure si è cominciato a dividere CM in nove parti eguali, delle quali una si è data alla metà della chiave o ordine di peducci corrispondente al mezzo del timpano, e due per ciascuno degli altri peducci: quindi avendo protratta AD fino all'incontro di CB prolungata in K; si sono condotte da questi punti a quelli di divisione 1, 2, 3 e 4, delle linee rette che tagliano AB nei punti 5, 6, 7, 8: queste linee 1, 5; 2, 6; 3, 7; 4, 8 esprimono la proiezione delle corde degli archi che debbono formare le commessure saglienti dei peducci. Riportando questi punti sull'alzata figura 5, ove sono indicati colle stesse cifre, si tireranno del pari le corde; ma nè quelle della pianta, nè quelle dell'alzata danno la vera lunghezza di esse a causa della loro doppia obliquità. Per averle converrà, dopo condotta l'orizzontale indefinita C'D, figura 7, elevarle una perpendicolare O'B eguale a B'C' dell'alzata e portare su CD le distanze O'1, O'2, O'3, O'4, O'D eguali a B, C; 5, 1; 6, 2; 7, 3; 8, 4; A, D della pianta; quindi tirare le linee BC', B1, B2, ecc. che saranno le corde degli archi cercati. Si troveranno i loro centri alzando sul mezzo di ciascuno delle perpendicolari che taglieranno l'orizzontale BN nei punti 1, 25, 26, 27, 28, ecc., che saranno i centri degli archi corrispondenti a ciascuna di queste corde. Prolungate quindi le linee 17, 18, 19 ecc. delle commessure orizzontali di ciascun peduccio; in alzato, in modo che taglino gli archi descritti, queste intersezioni serviranno a trovare le proiezioni in pianta delle commessure orizzontali, portando la loro distanza dalla linea OB, sulle linee 1, 5; 2, 6; 3, 7; e 4, 8 della pianta partendo dalla linea AB. Così per la commessura P21 del profilo figura 7, si porterà P'a sulla pianta da B in g; P'b da 5 in i; P'c da 6 in m, e P'd da 7 in o: pei punti g, i, m, o si disegnerà una curva che sarà la proiezione delle commessure situate sulla linea P21.

La proiezione in pianta di queste commessure e la loro intersezione con quelle rappresentate dalle linee 1, 5; 2, 6; 3, 7; 4, 8,

forniscono un modo facile di descrivere lo scorcio delle commessure saglienti nell'alzato figura 5, portando le distanze fra queste intersezioni e la linea BC della pianta, sulle linee rette indicanti le commessure orizzontali in questa elevazione, dopo la verticale B' C'.

Per far tagliare i peducci di questi pennacchi nell'una e nell'altra maniera occorrono cerchi fatti secondo le curve sviluppate delle commessure orizzontali e verticali. La figura 4 fa vedere la forma dei peducci del quarto filare apparecchiato per ordini orizzontali, indicata dalle lettere *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, ecc.; e la figura 8, un peduccio della parte apparecchiata in tromba.

Non si può fare a meno di osservare che questa seconda maniera è soggetta a maggiori difficoltà, e che ha pure lo svantaggio di produrre una spinta grandissima contro gli archi.

Volta a spigolo anulare o in pianta circolare.

Questa specie di volta, una parte della quale è rappresentata dalle figure 1, 2, 3 e 4, Tavola LII, è composta di due volte a botte di diversa natura che s'intersecano. La principale AHDE, compresa fra due muri circolari concentrici, è chiamata volta anulare. Questa volta è attraversata da una specie di botte conica irregolare IGQS formante lunette, che ha, per quanto è lunga, la stessa altezza di curvatura della volta anulare, ma la cui larghezza va aumentando, a causa della tendenza delle linee nelle quali è compresa, al centro delle circonferenze dei muri della volta anulare. Siccome le curvature rialzate non producono mai un buon effetto, si è preso per curvatura primitiva il quarto di cerchio MS, figura 4, che ha per raggio la minor larghezza QS. Ne risulta che la curvatura, a partire da questa linea, è formata da quarti di ellissi differenti il cui semi-asse maggiore va aumentando da QS fino ad IG, mentre il minore rimane lo stesso. Gli spigoli CB, CF, delle lunette formate dallo intersecamento delle volte a botte, sono a doppia curvatura.

Il padre Derand è il primo che abbia parlato di questa specie di volta; ma il metodo che dà per delinearne la proiezione non è esatto. Esso indica sulla pianta la proiezione degli spigoli formanti le lunette, con archi di cerchio che fa passare pel punto di mezzo C e gli angoli dei piedritti B ed F, mentre questa proiezione è una curva speciale che può essere solamente determinata dall'intersezione del-

le commessure corrispondenti delle volte a botte che s'incrocicchiano. Delarue ha adottato lo stesso metodo che egli ha cercato di correggere. L'errore di questi autori è di aver voluto determinare la riunione delle commessure orizzontali secondo la curva degli spigoli invece di seguir quella che dà naturalmente l'incontro delle commessure. M. Frezier ha rilevato quest'errore nel Capo IX dell'VIII Libro del suo Trattato di Stereotomia.

Del resto la sola difficoltà in questa specie di volta esiste nei peducci formanti gli spigoli delle lunette. Il miglior metodo per operare con precisione è quello che abbiamo sopra spiegato per le volte a crociera, irregolari od esagone, pagine 85 e seguenti, e per le volte sferiche, pagine 99 alle 101. Cioè che dopo aver descritta in pianta la proiezione dei peducci formanti gli spigoli diagonali, come 1, *f*, 6; 2, *g*, 5; 3, *h*, 4, se ne leveranno i modelli coll'aiuto dei quali si faranno tagliare i prismi a base mistilinea. Sulle facce piane del solido, come 2, 7 e 5, 8, si applicheranno gli altri modelli *k*, *b*, *c*, *l*, e *b*², *c*², V, *h*², presi sulle curvature espresse dalle figure 2 e 3. Questi due modelli bastano per sviluppare tutte le facce di questi peducci, come si vede nelle figure 7 ed 8.

Osserveremo soltanto che per formare regolarmente le parti delle superficie concave conviene servirsi di un regolo retto pel lato 2, *g*, *f*, 7, e regoli più o meno curvi in pianta, come i regoli pieganti, ma retti al disotto, per l'altro lato *g*, *f*, 5, 8, come *f*, 8 e *g*, 5; e picciole cerchiature soggiate secondo le parti di curvatura *b*, *c* e *b*², *c*², figure 2 e 3.

Tromba portante un muro rotondo, eretta sopra un muro dritto.

Questa specie di tromba non ha verun rapporto con quelle di cui si è poc'anzi parlato, e può essere considerata come una volta a schiancio che sostiene un muro rotondo. Il maggiore sporto che si possa dare alla parte di tamburo che essa sostiene, non deve eccedere i due terzi del raggio di sua curvatura esterna, e fa d'uopo che quella del peduccio abbia maggiore altezza che sporto: in quanto alla curvatura di questa elevazione, essa dipende da quella che si prende per primitiva. Nell'esempio rappresentato dalla figura 9, abbiamo scelto per curvatura un semicerchio. Per trovare la curvatura dell'altezza, abbiamo considerato la primitiva come base di un semicilindro orizzontale che ne incontra un altro

maggiore posato verticalmente, che è quello del muro rotondo. La curva formata dall'incontro di questi due cilindri ci ha indicato quella che deve formare lo spigolo del muro rotondo che è pur quella dello spigolo della volta.

Questa curva essendo simmetrica e a doppia curvatura, se s'immaginano linee rette tirate da tutti i punti di una metà all'altra, formeranno la superficie della volta che sostiene il muro rotondo. Si avrà il profilo di questa abbassando dai punti di divisione a, b, c della curvatura primitiva, delle linee parallele alla verticale sulla pianta, figura 10; e conducendo altre orizzontali $a, a''; b, b''; c, c''$, per avere le altezze e gli sporti sul profilo, figura 11, si porteranno quindi le distanze 1, c ; 2, b ; 3, a della pianta, in $C'', 1; C'', 2; C'', 3$ del profilo; per questi punti si eleveranno delle perpendicolari che taglieranno nei punti a'', b'', c'' , le orizzontali tirate dagli stessi punti sopra l'alzato. Le intersezioni di queste linee indicheranno la curvatura del profilo della volta, che si avrà tanto più esattamente quanto più si saranno moltiplicati i punti di divisione. Così questa curva non può essere arbitrariamente, come si è preteso da molti autori, un arco di cerchio, una parte d'ellissi, d'iperbola o di parabola; è una curva meccanica che è il risultamento necessario dell'incontro di due superficie curve di cilindro. Questa curva è quella che Frezier indica sotto nome di cicloimbra, Libro I, Teorema XVIII.

Per delineare i peducci di cui si compone questa tromba conviene cominciare dal far tagliare in ognuno la faccia più grande che deve avere: così pel secondo peduccio, che supponiamo formare la grossezza del muro, si comincerà dall'indicare sull'alzato e sulla pianta la massa quadrata 1, 2, 3, 4, figura 9, e 4, 5, 6, 7, figura 10, nella quale deve essere compreso; si leverà il

modello m, i, o, n, k, p , figura 9, esprimente la parete che deve formare sulla faccia retta del muro indicata in pianta da GH; e il modello 4, 8, $b', B, 9, 5$, della sua proiezione in pianta, figura 10. Fatte tagliare ad angolo retto le due superficie piane corrispondenti l'una alla linea 4, 5 della pianta, e l'altra a quella 1, o dell'alzato, si applicherà sulla prima l'assicella m, i, o, n, p, k , e l'assicella 4, 8, $b', B, 9, 5$ sulla seconda, per disegnarvi il loro perimetro. Fatte tagliare le commesure piane m, i ed n, k vi si applicheranno le parti dei modelli delle commesure k', c'', f'' ed $i'' b'', e''$, prese sulla figura 13, per descrivere il loro contorno; secondo le quali è quello descritto sul letto superiore i, o , si taglierà la pietra per formare la superficie convessa della parte corrispondente al muro rotondo, che deve essere in isquadro col letto superiore. Si formerà la superficie m, b, n, c con una curva tagliata secondo il profilo figura 11, posato sempre verticalmente o a piombo, come lo indicano le linee bs, ts, cx . Quanto alla commessura curva m, n , essa deve essere incavata perpendicolarmente alla faccia interna del muro che è rappresentato dalla prima superficie retta.

La figura 14 indica questo peduccio sviluppato. Quanto allo sviluppo, figura 12, siccome potrebbe essere applicato sulla superficie già fatta della volta, così si può farne a meno.

Il metodo da noi insegnato sembrerà dapprima dover portare una gran perdita di pietra; ma conviene fare attenzione che noi indichiamo due superficie preparatorie che debbono servire, e che non è necessario, a causa dei modelli di cui abbiamo fatto uso, che la pietra poggi su tutta la parte indicata in pianta da $b', B', 9, 7$; ma basta che possa poggiare sui punti b', c', B' . Lo stesso vale per la parte triangolare 1, m, i dell'alzato.

SEZIONE SESTA

APPARECCHIO DELLE SCALE IN PIETRA

CAPO PRIMO

DELLA VITE DETTA *San Gille* SOPRA UNA PIANTA QUADRATA

Questa volta rappresentata dalle figure 1, 2 e 3 della Tavola LIII, sembra essere stata così nominata perchè corrisponde a scalini tendenti tutti ad un solo punto, come la vite *San Gille* rotonda. La si compone di volte a crociera ed a schifo; storte e rampanti, di difficilissima esecuzione e nella quale possono esser dritte le sole curvature corrispondenti agli spigoli degli scalini perpendicolari alle metà delle facce, mentre tutte le altre debbono essere oblique e formare ellissi più o meno allungate, in ragione degli scalini ai quali corrispondono.

La pianta di questa volta essendo regolare basta fare la metà della sua proiezione orizzontale ABCD, figura 1; l'altra, affatto simile, avrebbe presentata una ripetizione inutile al nostro oggetto. Si è scelta per curvatura primitiva una semicirconferenza di cerchio IKL, elevata perpendicolarmente sopra IL come diametro, e su questa circonferenza abbiamo fatta la divisione dei peducci indicati dai punti *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, pei quali si sono condotte delle parallele alle facce BC ed FG del muro e dell'albero fino all'incontro delle diagonali FB e GC. Queste linee che indicano la proiezione degli ordini di peducci, formeranno nella proiezione in pianta della volta intera, dei quadrati inscritti gli uni negli altri, come la pianta di una volta a schifo.

Le due metà della curvatura primitiva sono rappresentate nella sezione, figura 2, colla spessorezza della volta avente l'estradosso orizzontale nel senso della direzione degli scalini ch'essa deve sostenere. Questa figura presenta una sezione della parte di volta rampante che forma volta a schifo lungo il muro BC e la parte in angolo CD, colla proiezione delle commesure corrispondenti a quelle indicate in pianta con *aa*, *bb*, *cc*.

La figura 3 presenta la metà della sezione dalla parte dell'albero, formante volta a crociera colle inclinazioni delle commesure corrispondenti a quelle della pianta *ff*, *es*, *dd*.

Prima d'indicare i metodi di segnare le pietre per formare i peducci secondo queste diverse proiezioni, è utile richiamare alcuno dei principi per noi spiegato al principio di questo Libro.

1.° Gli spigoli e le superficie de' corpi solidi possono essere rappresentate in tutta la loro estensione soltanto sopra un piano nel quale potrebbero essere comprese, o sopra un piano parallelo.

2.° Una proiezione qualunque può essere considerata come la riunione sopra uno stesso piano di tutte le parti che possono essere proiettate su questo stesso piano, fatta astrazione dalle distanze fra esse e tal piano.

3.° La necessità di fare astrazione dalle distanze perpendicolari ai piani di proiezione obbliga quindi a cercare la vera grandezza degli oggetti non paralleli a questi piani, sopra linee che sono considerate rappresentare in profilo i piani delle proiezioni orizzontali e verticali.

La proiezione orizzontale può esprimere in tutta la loro estensione le sole linee e superficie comprese da piani ad esse paralleli.

Del pari i profili e le sezioni rappresentate dalle figure 2, 3, solamente danno le esatte dimensioni delle linee o superficie comprese dai piani verticali che loro sono paralleli.

Ciò che si è detto renderà più facile l'applicazione del metodo precedente alla segnatura dei peducci della specie di volta di cui si tratta, i quali debbono avere tutte le superficie storte. Questo metodo differisce poco da quello indicato da Frezier, Libro IV, Capo VII del suo Trattato di Stereotomia.

Si comincerà dall' indicare sulle proiezioni in pianta ed in alzato il peduccio che si vuol eseguire, onde levare le facce che comprendono le sue maggiori dimensioni in lunghezza, larghezza ed altezza: avendo quindi fatto tagliare un prisma che abbia per base la superficie della sua proiezione in pianta, sulle superficie verticali di questo prisma si descriveranno, coi modelli levati sulle proiezioni corrispondenti, le linee rette o curve per sviluppare le superficie che debbono determinare la sua forma.

Tutti gli scrittori sul taglio delle pietre che hanno dato il taglio di questa specie di volta fanno le commisure di testa dei peducci di ciascun ordine, secondo la direzione degli scalini, donde risultano angoli acuti in pianta ed in alzato contrarii alla solidità.

Questa disposizione viziosa può avere l' oggetto di una maggiore facilità per lo sviluppo dei peducci. Nondimeno poichè è forza, a causa dell' ineguaglianza dei gradini, cercare l' allungamento di ciascuna curva corrispondente alle sezioni verticali fatte secondo la direzione di questi gradini, la sola difficoltà che rimane consisterà nel ritrovare la curva prodotta da sezioni perpendicolari all' asse di ciascuna parte di volta a botte; ed in quanto a queste curve esiste la differenza che quelle corrispondenti alla direzione dei gradini sono schiacciate, colle origini a livello, mentre le altre risultanti da sezioni perpendicolari all' asse sono archi rampanti.

Per descrivere la parte d' arco rampante che deve formare la commettitura gh , figure 1 e 2, convien dividere gli archi ab delle curvature primitive, figura 2, da cui essa deriva, in parti eguali, e condurre pei punti di divisione, delle linee che tagliano gh , che la si può riguardare come il profilo di un piano verticale passante per questa commettitura. Queste intersezioni daranno le altezze che, a partire dal punto h , debbono corrispondere agli sporti dati in pianta, figura 1, dalle parallele condotte dai punti di divisione dell' arco primitivo ab , sulla proiezione della stessa commettitura indicata in pianta da gh ove questa linea rappresenta, come gh della sezione, la proiezione del piano verticale che forma questa commettitura.

Per delineare la curva corrispondente a gh della pianta conviene portare sulle parallele indicanti gli sporti, le altezze $h3$, $h4$, ed hg della commettitura gh in alzato, figura 2, da 3 in 3', da 4 in 4' e da g in g' della pianta, figura 1, e descrivere con un regolo piegante pei punti h , 3', 4', g' una curva che esprimerà la parte dell' arco rampante della com-

mettitura indicata da hg sulla pianta e sulla elevazione, figure 1 e 2. Si opererà nello stesso modo per trovare le curve appartenenti alle altre commettiture. Conviene osservare che quelle corrispondenti perpendicolarmente al mezzo delle facce dei muri e dell' albero sono porzioni della curvatura primitiva. Quanto alle curvature che corrispondono alla direzione dei gradini, sono metà di ellissi il cui asse minore indicante l' altezza di curvatura è sempre lo stesso, mentre l' asse maggiore che è a livello si trova rappresentato dalla linea tendente al centro, alla quale esso corrisponde. Queste ellissi che si descrivono facilmente col mezzo dei fuochi, servono a formare le curve per l' ultimo pareggiamento quando è terminato il collocamento della volta.

Le figure 4 e 5 indicano la maniera di descrivere il secondo peduccio di spigolo. La prima esprime la proiezione orizzontale M che deve servire come modello di base per tagliare il prisma nel quale è compreso questo peduccio. L' altra presenta l' alzato del prisma veduto sull' angolo, nel quale si è sviluppato il peduccio col mezzo dei modelli di commettitura B e C situati a destra ed a sinistra dove sono rappresentati in tutta la loro estensione.

Le figure 6 e 7 esprimono le proiezioni orizzontale e verticale del peduccio formante la chiave dell' arco diagonale indicato da N nella pianta figura 1.

Questa proiezione ripetuta dalla figura 6, dà la faccia della base del prisma nel quale questa chiave è compresa. La figura 7 rappresenta la sua proiezione verticale veduta sull' angolo, onde far comparire le commettiture sulle quali debbono essere applicati i modelli E ed F rappresentati in tutta la loro estensione.

Finalmente le figure 8 e 9 esprimono le proiezioni orizzontale e verticale del secondo arco diagonale dalla parte dell' albero, formante volta a crociera, la cui proiezione è indicata dalla lettera O nella pianta figura 1 e riportata alla figura 8, onde servirsene di modello per la base del prisma nel quale è compreso questo peduccio. H , I , sono le facce delle commettiture sviluppate.

Le proiezioni orizzontale e verticale sono state fatte secondo i principi per noi testè spiegati, riferendo tutte le lunghezze e larghezze ad un solo piano orizzontale, e le altezze ad uno stesso piano verticale.

Quanto alle facce delle commettiture espresse in pianta ed in alzato colle linee rette gh , si sono riportate tutte le larghezze ed altezze sopra queste linee.

Così pel secondo peduccio rappresentato dalla figura 5, si è cominciato ad elevare da tutti i punti delle linee pg , e gp della pianta figura 4, delle perpendicolari indefinite, ed una dal punto b sulla quale si è preso un punto a per rappresentare l'angolo inferiore rientrante di questo peduccio. Avendo quindi portato al disopra in r , e al disotto in k , la misura della inclinazione delle parti ascendenti e discendenti, si sono condotte pei due punti r e k delle orizzontali che determinano i punti k ed k' dell'alzato, per la loro intersezione colle perpendicolari elevate dai punti corrispondenti della pianta ed indicati dalle stesse lettere. Quindi si è tirata la linea inclinata $ka k'$ per rappresentare lo spigolo apparente delle committiture inferiori del peduccio.

Per avere il contorno della branca discendente di questo peduccio dopo il punto a , si sono prese le altezze k , 2 , 3 , 4 , g , n , indicate sulla committitura verticale gh della curvatura figura 2, e si sono portate sulle perpendicolari elevate dai punti corrispondenti della figura 4, partendo dall'orizzontale inferiore che passa pel punto k .

Per la branca rampante, si sono prese le altezze sulla committitura verticale $g'k'$ della curvatura inferiore (figura stessa) indicate dalle lettere k' , 8 , 9 , g' , n' che si sono portate del pari sulle perpendicolari elevate dalla figura 4, partendo dalla orizzontale superiore passante pei punti r , k' .

Si trovano le divisioni sulle linee verticali gh e $g'k'$ che indicano le committiture, tirando dagli spigoli 7, a , b , 12 del profilo del secondo peduccio della curvatura diagonale inferiore, a quelle del suo corrispondente della curvatura superiore 2, a , b , 6, delle linee che tagliano le proiezioni verticali di queste committiture. Tale operazione è fondata in ciò che nella pianta figura 1, gli spigoli degli ordini di peducci formano linee rette che vanno dalla curvatura della diagonale BF a quella diagonale GC .

Convien osservare che le curvature allunga-

te di queste diagonali si trovano rappresentate nell'alzato da semicirconferenze di cerchio perchè il piano di proiezione su cui sono espresse è parallelo ai piani dei semicerchi da cui provengono, e perchè formano la curvatura primitiva delle volte a botte rampanti.

Si può dire altrettanto degli altri peducci. Per facilitarne l'intelligenza, si sono indicate, colle stesse lettere e cifre tutte le parti che si corrispondono nelle diverse figure inservienti al loro sviluppo.

Per ben intendere questo pezzo che è uno dei più complicati nel taglio delle pietre, è necessario farne il modello diviso in peducci, onde risolvere tutte le difficoltà che esso presenta e togliere gl'inconvenienti che vi s'incontrano. Per esempio, fa d'uopo che i peducci angolari formanti gli angoli dei muri, come il secondo rappresentato dalla figura 5, formino nell'interno piccole superficie quadrate orizzontali, determinate dal prolungamento degli spigoli interiori dei tagli, partendo dalla punta dell'angolo ove s'incontrano; questi quadrati sono indicati nella figura 4, da s , t , v , k per il letto disotto e con x , y , z , k per quello disopra, ond'evitare la storta delle committure dei letti rampanti formanti sostegno e dare maggiore stabilità a questi angoli. E per la stessa ragione noi abbiamo osservato una parte orizzontale nei primi peducci indicati da k , figura 2.

L'uso delle viti San Gille, rotonda o quadrata, è raro all'estremo, e quest'ultima è anche quasi inaseguibile a cagione delle difficoltà che presenta e della spesa che produrrebbe. Altronde non se ne potrebbe attendere verun buono effetto, e non può mai esservi necessità di farne uso. I gradini aventi un taglio si possono sostenere senza questo metodo, ed offrono al disotto una superficie più regolare e meno spiacevole. Si può aggiugnere che la disposizione di questi gradini tendenti ad uno stesso centro è meno comoda in un quadrato che in un cerchio, e che diviene anche pericolosa agli angoli dell'albero ove i gradini si rinserrano troppo.

CAPO SECONDO

DELLA VITE DETTA SAN GILLE ROTONDA

QUESTA vite è una specie di volta anulare rampante disposta per sostenere i gradini di una scala girante attorno un albero pieno o vuoto. Il nome con cui è chiamata deriva dacchè la prima volta di questo genere eseguita in pietra di taglio è stata fatta nel priorato di San Gille, a quattro leghe da Nîmes, dipartimento del Gard.

Il taglio di questa volta passa per uno dei più difficili nel taglio delle pietre perchè tutte le superficie dei peducci sono storte e gli spigoli a doppia curvatura (1).

Si sono rappresentati sulla Tavola LIV, la pianta, l'alzato e gli sviluppi di questa volta. Nella pianta, figura 2, si suppone il nocciuolo vuoto. A, a, b, c, d, e, f, E, è la curvatura primitiva della volta a botte che gira secondo una salita uniforme, determinata dalla larghezza dei gradini, le cui altezze sono tutte eguali; ma siccome questi gradini tendono al centro dei muri circolari tra i quali sono compresi, così la loro larghezza, che va diminuendo, dà una inclinazione differente a ciascun punto della loro lunghezza; il che fa che le commettiture e le facce sieno storte, e che gli spigoli sieno a doppia curvatura, per cui l'esecuzione di questa specie di volta è difficilissima.

Convien osservare nondimeno che la volta girando attorno l'albero, non cangia la forma della curvatura nè de' suoi tagli, in guisa che tutte le sezioni verticali tendenti al punto cui tendono i gradini sono simili alla curvatura primitiva; il che fornisce per la sua esecuzione un metodo più sicuro e meno complicato di quelli indicati dai differenti autori. Questo metodo consiste nel formare dapprima la parte del cilindro incavato come a', x, m'', y, figura 6, nella quale ciascun peduccio è compreso secondo la sua proiezione in pianta m', m'', n', n'', figura 5, onde descrivere sulle superficie curve di essi gli spigoli saglienti che debbono forma-

re secondo le altezze e le larghezze relative delle parti di gradini alle quali corrispondono.

Nelle scale regolari, come quella di cui si parla, gli scalini essendo divisi egualmente, danno per lo sviluppo dei cerchi concentrici, come b, d, b, figura 2, linee rette più o meno inclinate che possono descriversi sulle superficie curve alle quali corrispondono, con regoli pieganti, come si vede alla figura 6.

Fatta quest'operazione per gli spigoli m', m'', n', n'' del peduccio X, si farà tagliare la parte rampante che essa indica formando le facce piane dell'estradosso ed intradosso, ma quest'ultima è preparatoria. Per finir di descrivere il peduccio si applicherà su ciascuna estremità, tagliata verticalmente, la parte della faccia m, c, d, n della curvatura primitiva, figure 1 e 2, che gli corrisponde. La curva d'intradosso ed i tagli essendo descritti sulle teste dei peducci, si condurranno dagli spigoli inferiori due parallele ai cerchi concentrici sulla faccia provvisoria; quindi per formare questi tagli si toglierà la pietra al di fuori delle linee descritte applicando il regolo sempre verticalmente da una curva all'altra, e s'incaverà la faccia d'intradosso secondo le curve descritte sulle due estremità e col mezzo di un modano preso su questa curva, avendo cura di posarlo sempre perpendicolarmente alle due curve degli spigoli che la terminano. Finalmente si compirà questo peduccio tagliando le due estremità n', 3 e b, 4 in isquadro colla faccia piana d'estradosso ond'evitare gli angoli acuti ed ottusi che ne risulterebbero se si lasciassero queste commettiture a piombo, come sono indicate in molti autori, contro il principio generale del taglio delle pietre.

Altro metodo.

Il metodo precedente è in generale il migliore da seguire per l'esecuzione dei modelli,

(1) Si potrebbe anche fare una vite San Gille rotonda in uno spazio quadrato o a più facce, il che ignoro se qualcuno abbia proposto di mettere in pratica, benchè sia tanto fattibile quanto una volta sferica sopra un quadrato: la sola osservazione da farsi è che le curvature rampanti degli spigoli formati dal-

la sezione della volta con un muro, sui muri di parte dello spazio sarebbero, nel quadrato, di un contorno più piacevole alla vista; ma lo diverrebbero ancor più a misura che il poligono aumentasse di lati. Friesier, Libro IV, Capo IX.

nello studio della Stereotomia ; ma nella pratica ne risulterebbe un consumo di pietra troppo considerevole che si eviterà col metodo seguente il quale al primo si avvicina più di quello degli autori.

Si comincerà dal fare la proiezione orizzontale m' , m'' , n' , n'' del peduccio X che trattasi d'eseguire , rappresentato dalla figura 5 ; se ne farà l'alzato geometrico , figura 6 , onde trovare il pezzo di cilindro obbliquo nel quale può essere compreso , indicato dalle linee m'' , n'' , e b' , a' rappresentanti due piani paralleli che passano pei punti m'' , n'' più elevati , ed a'' , b che sono i più bassi del peduccio supposto a sito , e si cercherà l'allungamento delle curve che daranno queste sezioni.

Così , per avere la curva interna , si dividerà la corda n' , n'' dell'arco espresso nella proiezione orizzontale , figura 5 , in parti eguali per le quali si eleveranno delle ordinate fino alla curva ; si dividerà quindi la corda n^3 , n^4 , figura 7 , parallela a p' , q , o ad r , s , nello stesso numero di parti eguali per le quali si eleveranno ad essa altre perpendicolari , e si porterà su ciascheduna la grandezza di quella che gli corrisponde nel piano orizzontale.

Questa operazione fatta per le due curve darà le facce m^3 , m^4 , n^3 , n^4 per descrivere il pezzo del cilindro obbliquo nel quale deve essere compreso il peduccio , e che potrà essere formato con una pietra di larghezza eguale alla distanza compresa fra le oblique pr e qs , figure 6 ed 8. Questa pietra deve avere una faccia retta in isquadro colle due superficie parallele corrispondenti alla corda n' , n'' della curva inferiore , onde descrivervi secondo l'alzato le linee verticali n' , b' ed n'' , b'' che deb-

bono servire a fissare la posizione del modello m^3 , m^4 , n^3 , n^4 , con cui si devono descrivere i contorni al disopra e al disotto per formare il taglio obbliquo del cilindro.

Fatto questo taglio , si disegneranno sulle superficie curve , interiore ed esteriore , le linee di salita in ragione delle altezze 5, 6, n'' , 7, e delle larghezze n' , 6 ; 5, 7 delle parti di gradini alle quali corrispondono , operando come abbiamo indicato col metodo precedente , tanto per queste salite quanto pei tagli e le estremità dei peducci che debbono essere perpendicolari alle linee di salita.

OSSERVAZIONE

Tutti gli autori che hanno dato il modo di delineare questa specie di volta hanno disposto i primi ordini dei peducci sopra le origini in filari orizzontali , donde risultano commettiture che tagliano obliquamente la faccia e formano gli angoli acutissimi. Si potrebbe evitare quest'inconveniente facendo poggiare a ciascun peduccio una specie di risalto ad angolo retto indicato dalle cifre 3, 4, 5 per agguagliarsi colle pietre del filari orizzontali alle quali corrispondono , come si vede rappresentato dalla figura 1.

S' incontra di rado l'occasione d'eseguire queste specie di volte specialmente per le scale. Vedrassi nel Capo IV di questa Sezione che si può far portare ai gradini dei tagli a sovrapposizione che formano delle scale , volte vere , e che questa combinazione che riunisce l'eleganza alla solidità è nello stesso tempo di più facile esecuzione e di molto minor dispendio.

CAPO TERZO

DELLE SCALE A VOLTE A SCHIANCIO ED A PIANEROTTOLI

Grande scala a pianerottoli sostenuta da volte a schiancio rampanti, e negli angoli, da trombe o da parti di volta a schifo.

QUESTE scale presentano un aspetto di grandezza e di solidità che convengono agli edifici aventi il livello del terreno molto elevato, ed i gradini del quale debbono essere assai lunghi.

Acciò queste scale producano un buon effetto è necessario che la gabbia, cioè il posto che debbono occupare, formi un rettangolo la cui lunghezza sia maggiore della larghezza, e che la prima branca che deve essere sostenuta da un muro, s' elevi ad una altezza abbastanza grande perchè si possa passare sotto e che quella in angolo non comparisca troppo bassa.

Abbiamo rappresentato nella Tavola LV le piante, gli spaccati o le particolarità di una scala di questo genere. Le figure 1, 2 e 6, 7 fanno vedere che può essere arcuata in due maniere diverse, cioè con volte che si ragguagliano con trombe o con parti di volta a schifo.

Prima maniera seguita dal padre Derand, da Delarue e Frezier.

Sia ABCD una parte dello spazio in cui deve praticare la scala: comincerassi dal tirare le parallele EH, IM, NP ad una distanza eguale alla lunghezza che si vuol dare ai gradini. Queste linee intersecandosi formeranno due quadrati AEFN, IKPB, ed un rettangolo EFKI. È inutile osservare che nella pianta intera i quadrati degli angoli indicheranno altrettanti pianerottoli, e che i quattro rettangoli, simili a due a due, daranno l'estensione delle rampe. Il vuoto del mezzo sarà espresso da un gran rettangolo, di cui FHMK rappresenta una parte, del pari che NFHC e KMDP indicano porzioni di branche ascendenti e discendenti. Se si vogliono sostenere i pianerottoli col mezzo di trombe, possono queste esser rette come quella rappresentata dalle figure 3 e 4 della Tavola XLV, la cui spiegazione si trova alle pagine 94 e seguenti.

Per farne la proiezione, si tirerà la diagonale IP sulla quale descritto un semi-cerchio, o una semi-ellisse, per la curvatura primitiva della tromba, si farà la divisione dei peducci che si troverà sul diametro IP, e si condurrà una parallela *mn* ad IP per indicare il mensole; quindi dal punto B a tutti i punti *a, b, c, d, e, f, g, h* del diametro si condurranno delle linee che si prolungheranno fino all'incontro dei lati KI, KP; queste linee saranno le proiezioni in pianta delle commettiture della tromba.

OSSERVAZIONE

Il cono a base circolare o ellittica formante questa tromba, essendo tagliato da due piani verticali KI, KP, paralleli ai suoi lati, deve risultarne, come abbiamo già spiegato alla pagina 94, che la sezione di questi piani è una parabola, e che questa curva appunto deve formare il profilo dei peducci nel punto delle linee KI, KP, indicanti la loro unione, e non un arco di cerchio come hanno indicato il padre Derand e Delarue. Quest' errore è notato nella precitata opera di Frezier, Libro IV, Parte II, Capo VIII.

Questi autori, e lo stesso Frezier, iavece di formare i peducci sotto le rampe a semibotte e gli ordini dei peducci in linea retta come noi proponiamo, li dispongono secondo linee la cui curvatura aumenta a misura che questi ordini s' elevano sopra l'origine della volta, che è in linea retta, in guisa che l'ultimo ordine forma un arco in elevazione. Ma ci sembra inutile questo metodo che produce una superficie irregolare e storta, le cui commettiture a doppia curvatura sono difficili ad agguagliarsi. Difatti una volta piana rampante offre maggior solidità che tutti gli archi che le si potrebbero sostituire, perocchè l'inclinazione delle sue com-

mettiture dà un maggiore sporto di taglio senza aver l'inconveniente degli angoli acuti all'estradosso.

Chi avesse la tema mal fondata che le commettiture senza taglio non si sostenessero punto, possono far loro portare de' risalti o mettervi dei perni; ma noi crediamo sovrabbondanti questi metodi, perchè i peducci formanti questa cornice a fascia sono tenui a posto pel taglio superiore dell'ordine di quelli sul quale poggiano in parte, e per la spinta delle trombe degli angoli.

La maniera di delineare i peducci delle trombe e delle volte non differisce da quella che abbiamo poc' anzi spiegato per le discese rette, pagina 81; e per le trombe, pagina 93 alla 96.

Ma conviene osservare che nella scala di cui si parla, le trombe degli angoli invece d'esser formate da cono a base circolare, che danno alle curve più elevazione che sporto, sono state formate da cono a base ellittica che danno alle curve una elevazione pari allo sporto.

Si vede frattanto dalla figura 2, che le curve paraboliche CH, MD date da questi cono, sono ancora più rilevate di un arco di 60 gradi, il che procura un taglio sufficiente per ricevere l'ordine di peducci formanti cornice a fascia.

In quanto ai peducci formanti la riunione di queste due specie di volte, è necessario, dopo disegnata la loro proiezione in pianta e sulle sezioni o profili d'elevazione, per indicare il più grande sporto e la maggiore altezza, far tagliare de' prismi sulle cui facce si applicheranno modelli levati sulle proiezioni verticali che vi corrispondono, come vedesi indicato dalla figura 5 fatta sopra una scala doppia e segnata colle lettere delle proiezioni corrispondenti. Lo stesso avviene delle parti di volta a schifo che si possono sostituire alle trombe; si osserva soltanto che quest'ultima disposizione non presenta nè un effetto così buono nè altrettanta solidità, a causa dell'angolo vizioso formato dalle parti di aperture orizzontali sotto i pianerottoli con quelle che sono rampanti.

La figura 4 indica le ellissi che passano per le estremità superiori delle commettiture della tromba e che ne determinano l'elevazione; esse

sono state delineate mediante sezioni descritte dai loro fuochi. Per trovare i semiassi maggiori di ciascun quarto d'ellissi, sulla proiezione in pianta, figura 1, si sono condotte delle parallele ad IP, per le estremità I, 1, 2, 3, 4 e K delle commettiture. Pei semiassi minori corrispondenti, si sono portate sul profilo, figura 3, le distanze Bi, B5, B6, B7, B8, B9 e B4. Quindi da ciascuno di questi punti si sono elevate delle perpendicolari fino all'incontro della linea BK che rappresenta il profilo del cono nel mezzo, e si è fatta l'altezza KA, eguale alla larghezza IK delle rampe.

Seconda maniera.

La figura 7 rappresenta l'alzato e parte della sezione di una scala a volta della seconda maniera, cioè con parti di volta a schifo sotto i pianerottoli, le origini della quale sono a livello.

La proiezione in pianta di questo apparecchio è rappresentata dalla figura 6. Per curvatura delle volte a schiancio si sono scelte parti di ellissi ond'aver de' tagli più inclinati; per descriverle poi si è dapprima portata NA da N in B; e da B col raggio BA si è descritto un arco di cerchio AG, figura 8, la cui corda GA è doppia di NA, eguale alla larghezza della branca di scala IH, e si è divisa la semicorda NG in sette parti eguali, per le quali si sono condotte le ordinate parallele ad NA. Tirate quindi le linee A'N', N'G', figura 9, formanti un angolo retto, tutte e due eguali ad NA della figura 8, si è diviso N'G' nello stesso numero di parti NG; e dopo aver condotte delle parallele ad A'N', si è portata la lunghezza delle ordinate della figura 8 sulle corrispondenti della figura 9, per mezzo delle quali si è disegnata la parte d'ellisse corrispondente all'arco di cerchio GA.

La figura 10 indica la forma del peduccio dell'angolo superiore I, figura 7, che si agguaglia colle volte piane saglienti. Esso è disegnato sopra una scala doppia, e tutti i suoi angoli sono indicati dalle cifre e lettere corrispondenti alla pianta ed all'alzato, figure 6 e 7.

CAPO QUARTO

DELLE SCALE A GIORNO.

Scale sostenute dal solo taglio dei gradini, aventi o no le fasce pei parapetti.

LA Tavola LVI rappresenta la pianta, l'elevazione e le particolarità d'una grande scala in pietra di taglio simile a quelle che si fanno nei fabbricati d'una certa importanza.

In tale specie di scale due cose debbono considerarsi; i gradini cioè e la fascia (1).

I gradini, per sostenersi indipendentemente dalla fascia, debbono formare al disotto una superficie rampante, piana ed uniforme, terminata da un lato con un intaglio o risalto espresso nelle figure 2, 5 e 7 con *hcd*, e dall'altro con un taglio *cd*, o *lk*, perpendicolare alla faccia inferiore del gradino. Ciascuna incavatura *hcd* praticata sul davanti del gradino si ragguaglia col taglio *cd* formato dietro l'altro, come vedesi rappresentato nella figura 2.

La incassatura dei gradini lungo i muri ed il barbacane dei pianerottoli, rendon compiuto, unitamente ai tagli ed alle sovrapposizioni, un sistema ingegnosamente combinato, e che si sostiene benissimo senza fascia.

Nelle scale di questo genere si fanno talvolta profilare i gradini verticalmente nella estremità, come vedesi rappresentato dalla figura 7. In tal caso convien dare un poco più di forza alla parte di taglio *cd*, che deve pure essere proporzionata alla solidità della pietra: così per la pietra detta *Liais* di Parigi ed altre di simile natura, questo taglio non potrebbe esser minore del terzo dell'altezza del gradino, e la sovrapposizione *hc* non meno del doppio.

È essenzialissimo osservare che nelle scale senza fascia, allorchè i tagli non sono sufficienti, il minimo movimento può far volgere i gradini e scappar fuori i tagli, 1.° se la loro incassatura nel muro non è fatta con solidità;

2.° se non ha una grandezza sufficiente; 3.° se in conseguenza di questo movimento i gradini vengono a rompersi per la lunghezza.

Le fasce che si aggiungono alle scale, in qualunque maniera sieno apparecchiate, procurano il vantaggio di fermare i gradini alla loro estremità in modo che non possano uscire dal taglio, essendo ritenuti per un lato dal muro o per l'altro dalle parti triangolari della fascia, indicate da *agh*, *agcb*, ed *inpo* nelle figure 2, 3, 4, 5 e 6, interposte fra le parti de' gradini che sostengono o che ne fanno parte.

Del resto non si può negare che non sia possibile aumentare i tagli o accomodare la rampa di ferro di queste scale, in modo da supplire alle parti triangolari della fascia, che fermano i gradini; ma ogni uomo di buon gusto ed i buoni architetti sanno che è meglio piacere colle forme e colle belle disposizioni che abbagliare coll'arditezza del taglio, cosa da cui soltanto un preparatore può trar vanità. Non basta che le opere di questo genere abbiano la conveniente solidità, debbono ancora averne l'apparenza.

Per eseguire le diverse specie di gradini coi quali si possono formare queste scale, si abbisogna di un modello levato sulla proiezione in pianta, o d'un altro sulla elevazione come *ahcdk*, figura 7, pei gradini senza fascia, *a, b, c, d, k, l, g* figura 5; ed *i, o, f, l, k, n, m*, per quelli con fascia figura 6.

I rettangoli circoscritti a questi modelli fanno vedere che i gradini aventi fascia esigono grandi perdite nella pietra, specialmente col metodo indicato dalla figura 6; ma gl'intelligenti apparecchiatori hanno l'arte di prendere in uno stesso masso due di questi gradini, in modo che il pieno dell'uno si trovi nel vuoto dell'altro, il che diminuisce di molto il consumo.

(1) I francesi chiamano *limon* quella fascia che termina i gradini delle scale e serve di appoggio alle ringhiere o alle balaustrate.

Scala a giorno con fasce rotolate negli angoli, pianerottoli e gradini in giro.

Questa scala, rappresentata in pianta dalla figura 1, Tavola LVII, e in elevazione dalla figura 2, può eseguirsi in due diverse maniere; cioè con gradini aventi la fascia, o facendo le fasce separate. Queste due maniere sono egualmente solide; ma l'ultima è più usitata a Parigi, l'altra è quella di cui si fa uso a Lione ove la pietra di Choin che si adopera ha molta solidità. Questa seconda maniera è pur quella che si adopera per le scale di legno (1).

I gradini colla fascia, come quello rappresentato dalla figura 3, si fanno, come abbiamo detto per la scala della tavola precedente, col mezzo di un modello levato sulla pianta, e di un altro, figura 4, preso sull'elevazione, per indicare i suoi tagli.

In quanto alle fasce, che sono di due specie, cioè rette e curve, le prime non presentano veruna difficoltà; ma le seconde, che debbono formare una curva rampante potrebbero esser prese nelle parti di cilindro indicate in pianta, figura 1, da KLMN, e K'L'M'N', sulle facce curve delle quali si segneranno col mezzo delle altezze e larghezze dei gradini, le linee rampanti che vi corrispondono, come l'abbiamo testè spiegato pei peducci della scala a vite rotonda, pagina 118; ma siccome questo metodo produrrebbe grandissimo consumo di pietra, i preparatori s'appigliano al secondo, da noi indicato per lo stesso oggetto nell'istessa pagina e seguenti.

Coni, dopo aver condotte sulle elevazioni, figure 6 e 9, fatte secondo le proiezioni orizzontali, figure 7 e 10, le parallele AB, CD, per indicare i pezzi obliqui del cilindro, nei quali debbono esser comprese le parti curve delle fasce corrispondenti alle parallele AB, CD, si formeranno i modani allungati secondo le proiezioni 7 e 10, elevando da tutti i punti *k, b, o, s, p*, ecc. di queste proiezioni delle perpendicolari fino all'incontro della linea *bm* parallela alla AB; da questi punti d'incontro si eleveranno quindi altre perpendicolari a questa base, sulle quali si porteranno le distanze o larghezze corrispondenti, prese sulle figure 7 e 10, a partire dalle linee o corde *bm* prolungate, se è necessario: trovati i modelli si sceglierà una pietra che possa portare una spessore eguale alla distanza compresa fra le parallele, e dopo aver fatte appianare le sue

due superficie ed una faccia a squadra per fissare gli angoli *bm* del modello, si delineerà il suo contorno lungo il pezzo di cilindro nel quale è compresa la fascia rampante. Se ne farà lo sviluppo disegnando gli spigoli superiori ed inferiori col mezzo di linee a piombo ed a livello, corrispondenti al profilo dei gradini, come si vede indicato dalle figure 6 e 9.

Si deve osservare che le superficie storte superiore ed inferiore di questa parte di fascia chiamata quarto di giro, *quartier tournant*, dagli operai, e quarto di vite sospeso, *quartier de vis suspendu*, dagli autori, debbono esser rette ed a livello nel senso della direzione dei gradini prolungati, come sono *go, ts, rp*.

Nella superficie interiore della fascia si praticano incavi di circa un pollice e mezzo (4 centimetri) di profondità per ricevere la estremità dei gradini. L'oggetto di tali incavi è piuttosto di riunirli che di sostenerli, poichè si sostengono coi loro tagli a sovrapposizione. Invece d'incassare le estremità di questi gradini con gesso o malta, si possono piombare, come ho veduto messo in uso a Lione. Con tal mezzo si evitano gli snossi degli angoli e degli spigoli che possono risultare dal contatto immediato di due materie dure e fragili, nel movimento che ha sempre luogo quando è terminato il collocamento di tutte le parti che compongono le scale di questo genere, e che il complesso comincia a prendere il suo assettamento. Questo movimento è conseguenza delle piccole irregolarità inevitabili, qualunque precauzione si prenda circa l'apparecchio, il taglio ed il collocamento.

Scala a base circolare, chiamata vite a giorno con fascia o senza.

Questo genere di scala può essere eseguito nelle tre diverse maniere indicate per le due precedenti; cioè con gradini aventi la fascia, con gradini semplici a sovrapposizione con fasce separate, e con gradini profilati alle estremità, senza fascia. Il metodo che ci sembra preferibile è quello a gradini con fascia, indicato nella Tavola LVIII dalle figure 2, 3, 6 e 8.

Abbiamo supposto nella figura 2 che questa scala cominci a sostenersi da sè, dopo una somi-rivoluzione, il che permette di passarvi sotto; fino a quest'altezza i gradini sono sostenuti da una parte per la muraglia, e dall'altra per un muro o nocciuolo vuoto. Quando si svolgono i gradini più basso non ne risulta punto un buon effetto.

(1) Vedi il libro V, Sezione 2.^a, Capo II.

La figura 6 fa vedere la figura di un gradino, guardato pel di sopra, col suo taglio di dietro e la parte della fascia che sporge avanti.

La figura 8 rappresenta lo stesso gradino veduto pel disotto, coll'incavatura formante sovrapposizione e taglio; la proiezione del profilo del gradino e la parte formante la fascia.

Una parte della figura 4 indica la maniera per la quale i gradini si ricoprono dalla parte del muro. I tre gradini profilati alla estremità fanno vedere come si accomoderebbero nel caso in cui una parte si trovasse isolata e senza fascia.

Finalmente la figura 5 indica l'effetto che produrrebbero i gradini profilati senza fascia, dalla parte del vuoto formante vite a giorno.

È essenziale osservare che quest'ultimo metodo non può solamente aver luogo senza pericolo, non già per la solidità ma per l'uso, quando il vuoto della scala è abbastanza grande acciò la larghezza dei gradini verso alla estremità della scala possa avere più di 6 pollici o 16 centimetri.

Quando il vuoto ha meno di un piede o 32 centimetri, si taglia la fascia in forma di cordone, che tien vece di rampa, come nelle scale praticate nel massiccio del tamburo della cupola nella nuova chiesa di Santa Genoveffa per salire nei vuoti fra le due cupole.

La figura 7 indica due gradini uniti portanti la fascia per far vedere il modo onde posano l'uno sull'altro.

Nella proiezione in pianta di questa scala, espressa dalla figura 1, la parte di fascia piena di tratteggi indica quella che poggia al fondo, quella punteggiata è una parte ove la fascia si sostiene in aria, e l'altra che segue è la proiezione dei gradini senza fascia.

NOTA DEL TRADUTTORE

L'arte di tagliare le pietre secondo una data forma è antica quanto la maniera di costruire in pietra di taglio; ma non possiamo con fondamento asserire quali metodi impiegavansi per giugnere col semplice aiuto di una pianta e di un alzato a rendersi ragione della forma precisa che doveva avere un pezzo qualunque. Non parlasi qui di forme architettoniche come sarebbero colonne, capitelli, cornici, architravi ed altre membra della classica architettura, nella qual cosa i monumenti della Grecia, di Roma e fin dell'Egitto ci avvisano essere stati abilissimi gli antichi, perchè ciò appartiene all'arte del mar-

moiaio; ma si tratta invece della esecuzione di pezzi da combinarsi ingegnosamente fra loro (debbono o no sembrare apparenti) per comporre un architrave, un arco, una volta piana, una scala od altre parti qualunque distribuite e disegnate in quel tal modo secondo i dati della geometria e della fisica, per ottenere solidità ed economia.

Certamente nei monumenti antichi riscontravsi frequenti saggi di molto sapere nella distribuzione e combinazione dei tagli, e tanto più quanto decadeva l'impero romano; nè meno sorprende la scrupolosa diligenza colla quale gli apparecchiatori eseguivano i pensamenti del costruttore; ma quali fossero i metodi loro, con quali sussidi pervenissero ad eseguire esattamente quei pezzi ripetiamo di non poterlo asserire.

È notissimo che la geometria e la fisica erano, ad onta di certi progressi, pochissimo applicate alle arti, onde non è da credersi che avessero sistemi geometrici atti a condurli in sì scrupolose operazioni; ma soltanto che eseguissero tutti i pezzi simultaneamente, e coll'aiuto di molta pazienza, nel provare a combaciare l'uno coll'altro, si pervenisse ad apparecchiare pezzi di taglio di tanta esattezza d'esecuzione da far maraviglia anche ai giorni nostri. Se dunque senza dottrine geometriche speciali gli antichi eseguivano i pezzi di taglio, non potrem noi ancora battere una simil via senza impegnarci in metodi ardui, complicati ed in alcuni casi esigenti moltissimo tempo?

Su tale riguardo conviene osservare che le forme dagli antichi adottate erano semplicissime, usando la sola linea retta e la curva circolare, per cui le volte da essi praticate erano piane, ad arco di cerchio o sferiche; congiungere tutte che dovevano render molto semplice ed uniforme il metodo di segnare le pietre. Ma nei tempi moderni, scoperte dalla geometria infinite proprietà delle curve diverse, trovate anche di nuove, moltiplicate le specie delle volte e le varie combinazioni delle scale la stereotomia si rende complicatissima e difficile. Per questo cominciò la geometria ad occuparsi del come si possa disegnare un corpo qualunque in modo da rappresentare su di un piano la forma reale che deve avere non solo il tutto, ma ciascuna delle sue superficie, sicchè con metodo certo si possa di primo punto condurre a termine un pezzo per quanto sia difficile, generalmente con risparmio di tempo, oggetto di massima importanza atteso il costo del lavoro: la qual cosa era quasi invalutabile dagli antichi, ed ecco altra ragione per credere che alla pratica materiale ed ai replicati tentativi affidassero unicamente tali operazioni.

Lo studio dei tagli delle pietre fu da tutte le nazioni e in tutti i tempi considerato importantissimo avvegnachè ben presto si accorsero i costruttori che era necessario accrescere con ogni possibile modo l'aderenza e il collegamento dei pezzi, onde anche nelle costruzioni degli Arabi fu conosciuto dagli Autori della Descrizione del-

L'Egitto aver essi studiato un cotale artificio nell'apparecchio delle porte. Gli antichi Egizi erano quelli che ne avevano bisogno meno perchè adoperando la pietra soltanto ne' monumenti pubblici, erano questi di così colossali dimensioni e di pezzi così enormi da render vano ogni studio per apparecchiare pezzi atti ad aumentare la solidità o l'adesione delle masse. I Greci poi costruendo edifici di piccole dimensioni erano nello stesso caso per l'opposta ragione. Solo al tempo nel quale sotto i Romani s'introdusse l'uso della volta e la costruzione di monumenti di grandezza pari a quella di tanto impero, cominciò seriamente lo studio del taglio delle pietre, che grado grado aumentava a misura che decadeva l'impero; in modo che le più ingegnose combinazioni si riscontrano appunto nei monumenti dell'epoca in cui le arti belle erano deperite e quasi avevano perduto il primitivo carattere.

Non è da credersi però che gli antichi per far pompa di sapere e di esattezza nell'apparecchio delle pietre si assoggettassero all'esecuzione di forme ingegnose quando l'assoluta necessità non comandava: sarebbe infatti ridicolo il preparar cunei per una volta di dimensioni piccole tanto che la qualità della pietra adoperata nell'edificio e la sua estensione potessero comportare la forma voluta senza mettere a rischio l'ufficio cui deve servire. Però nella doppia porta antica conosciuta in Verona sotto nome di Porta dei Borsari, la cui metà rappresentasi nella Tavola A, figura 1, costrutta alquanto prima dell'epoca di Gallieno in pietra di taglio ed assai ben conservata, vedonsi gli archi inferiori composti di cunei collocati a secco e così perfettamente apparecchiati che ad onta dei guasti del tempo e dello scrostamento della pietra si conoscono appena le committiture dei pezzi. Ma le finestre dei due ordini superiori foggiate anch'esse ad arco semicircolare sono fatte di pietre non apparecchiata, cioè con due filari di pietre in quanto al primo, e con un solo pel secondo ordine, col taglio verticale nel mezzo dell'arco il quale sembra traforato nel muro dopo eseguita la costruzione, come vedemmo nella Tavola XVI figura 1 di quest'opera praticato nel tempio di Girgenti in Sicilia, e più precisamente nelle porte delle mura d'Argo d'Ambracia e di Calidone rappresentate nelle figure 6 e 7 della Tavola IX. Nell'Arena della città stessa, benchè la pietra vi sia impiegata quasi in lavoro muratorio assieme al mattone ed anche al ciottolo, del qual ultimo materiale sono formate le volte a botte inclinate sostenenti i gradini, pure nel rivestimento esteriore tutto in pietra, di cui rimane soltanto ciò che è rappresentato in prospettiva dalla figura 2, Tavola A, ed in profilo dalla figura 3, le arcate a tutto sesto sono formate assai bene, i tagli sono divisi con arte, ed i massi, quantunque non levigati all'esterno, devono essere apparecchiati con diligenza poichè ad onta dei guasti del tempo, delle scosse

di terremoto e dell'essere il pezzo isolato dalla costruzione totale, non vedesi arco che abbia cangiato forma o cuneo che sia spostato. Le arcate del terzo ordine specialmente sono apparecchiate con molta accuratezza, mentre essendo pulite anche all'esteriore, come vedesi dalla figura 2 e meglio dalla figura 4, che rappresenta in grande la metà di uno di quegli archi, le committiture di fronte e quelle dei fianchi sono ancora molto aderenti fra loro. Ma ciò che prova più di ogni altra cosa la buona esecuzione di quegli archi si è il vedere tutte le pietre, anche nell'ordine inferiore, interissime e cogli angoli conservati ad onta del peso enorme che dovevano sostenere.

Scorgesi dunque che soltanto quando la solidità della fabbrica il richiedeva, apparecchiavano i pezzi nelle costruzioni, ma che quando vi s'impeguavano non rimanevano mai a mezza strada.

Tornando direttamente alla stereotomia, osserveremo che se l'architetto s'incarica dello sviluppo delle facce, i molti metodi che somministrano le matematiche e la geometria gli faranno agevolmente superare le difficoltà che s'incontrano, e il tagliapietre deve solamente conoscere la via meccanica colla quale possa conseguire lo scopo. Ma ordinariamente l'architetto consegna i disegni al tagliapietre, al quale tocca formare gli studi per eseguire i pezzi necessari; e solo quando trattasi di casi difficili si riserva esso formare gli sviluppi dei pezzi più importanti lasciando al tagliapietre soltanto la materiale esecuzione. Quest'ultimo, ottenuti i modelli dei pezzi che deve effettuare, comincia dallo agrossare e scoprire quella faccia che è più utile onde ottenere con minore operazione il pezzo che lavora. Talvolta però anche le macchine possono aiutarlo quando trattasi di eseguire alcune forme, benchè allora, come abbiám detto, non è scopo proprio della stereotomia. Ad ogni modo non sarà inutile l'esporre qui ciò che rapporto al taglio delle pietre si raccoglie dalle opere di BORGNI.

I tagliapietre hanno due specie di seghe, una a denti per la pietra tenera, l'altra senza denti e serve a fendere le pietre dure ed i marmi, mettendovi acqua e sabbia... — Si usano anche seghe meccaniche mosse da un agente qualunque, con un numero di lame proporzionato alla forza del motore. Sono esse congegnate ad eguali o ineguali distanze in un telaio, e con viti applicate alle estremità si dà alle lame la conveniente tensione. Superiormente ai telai esistono degli assi che servono ad abbassare od innalzare le seghe secondo il bisogno; sotto le traverse sostenenti gli assi sono archi pieni di fori ne quali si piantano cavicchie che fermando le barre degli assi mantengono il telaio al grado necessario d'elevazione. L'operaio che dirige la macchina ha cura di versare continuamente acqua e sabbia nelle fessure prodotte dalla segatura. Ma quest'effetto puossi anche ottenere mettendo sopra

la pietra specie di tramogge che lasciano scolare acqua e sabbia, perocchè il movimento alternativo de' telai deve comunicare alle tramogge piccole oscillazioni che si ripeteranno ad ogni compiuto movimento.

Wright ha inventato due metodi per tagliare con una sega pezzi cilindrici o circolari in pietre o in legno. Col primo, comincia a perforare il masso verso il centro attorno cui descrive la circonferenza che deve avere il cilindro, quindi forma uno o due altri fori i cui assi devono essere paralleli fra loro e a quello del centro e debbono riferirsi alla descritta circonferenza. Introduce una lama di sega in uno di questi fori e un' asta di ferro in quello del centro: allora riunisce l'estremità della lama e quella dell'asta con traverse e viti, e forma in tal modo un pezzo di telaio che permette alla lama di descrivere una superficie cilindrica, ma le impedisce di deviare da essa.

Secondo metodo — Adatta alla superficie della pietra che deve divenir base del cilindro una piastra metallica circolare esattamente eguale a questa base, ed un anello concentrico tale, che fra la piastra e l'anello vi sia uno spazio sufficiente per potervi liberamente passare una lama di sega. Pratica un foro perpendicolare fra la piastra e l'anello introducendovi la lama di sega che combina con un telaio. Con questo ultimo metodo si possono descrivere non solo de' cilindri, ma ogni specie di solidi le cui basi parallele e simili possono essere circonscritte da curve qualunque. Così si possono tagliar cornici ornate di modanature ed altri pezzi foggianti, condotti d'acqua ed altri simili lavori.

Perronet inventò una macchina impiegata ai lavori del ponte di Nevilly per praticare que' fori nei cunei dei ponti che facilitano lo scolo delle acque. Consiste essa in un asse attorno cui sono piantati de' pezzi sporgenti che agiscono sopra un braccio di leva comunicante per una corda con un bilanciere, il quale anch' esso con una corda sostiene un trapano. Un uomo la fa agire girando una manovella nell'asse, il cui movimento è regolato da una ruota volante, mentre un operaio assiso sotto dirige il movimento del trapano e lo fa girare attorno il proprio asse a ciascuna vibrazione. (*Estratto dall' opera — Delle Macchine impiegate nelle varie costruzioni*).

Il più semplice de' pezzi stereotomici è il cuneo della volta piana comune, come quelli delle figure 10, 11, 12, 13 e 14 della Tavola XXIX, mentre tutte le facce sono piane. La cosa è alquanto più difficile se sono immaginate con altri artifici, come quella del palazzo di Diocleziano a Spalatro, figura 9, Tavola suddetta, cioè coi cunei formanti un risalto o gomito, come vedesi nella figura, ed anche con due, come nell'architrave ionico ad arco piano nella facciata della chiesa di S. Sebastiano in Verona, opera di recente costruzione, figura 5, Tavola A, la cui chiave *a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m*, è rappresentata in prospettiva con una scala doppia

nella figura 6, B. — Osservando però tal opera che apparisce una semplice decorazione del muro della facciata e che quindi non debba sostenere maggior peso delle altre pietre, sembra che si potesse prescindere da quella operazione impiegando una sola pietra fra l'asse di due lasene. E se il timor che una pietra troppo lunga potesse rompersi in conseguenza dell'assetamento del muro, potevasi a risparmio di lavoro tagliar l'architrave come nella figura 3, Tavola XXIX, lasciando alquanto più rilevata la parte sovrapposta alle lasene, onde mandare su di esse una buona porzione del peso. Parrebbe adunque che soltanto una vista economica d'impiegare pietre di piccole dimensioni abbia determinato l'architetto o il costruttore a tale artificio, che nondimeno giudichiamo molto ingegnoso, adoperato per veri archi piani sopra le porte, o gettato sopra le colonne che sostengono porticati o edifici; ma quand' anche le viste economiche avessero indotto il costruttore a tale apparecchio, perchè non si è limitato a quello di arco piano semplice, coi fianchi a superficie continue, ottenendo per tal modo lo scopo d'impiegar massi di piccole dimensioni, d'evitare il pericolo della rottura dell'architrave e dando anche forza bastante da sostenere il peso superiore, ad onta che non apparisca a suo carico? Convien credere dunque che per qualche occorrenza particolare di quella costruzione dipendente dalla località o dai mezzi messi a disposizione dell'architetto, l'architrave e le lasene non sieno soltanto parti di decorazione, ma facciano realmente sostegno all'enorme peso delle cornici e del frontone, tutto di pietra, onde abbia creduto prudente consiglio non affidarsi all'apparecchio semplice che poteva, strisciando i cunei, discontinuare le linee longitudinali dell'architrave, cosa di pessimo effetto per la solidità apparente, e costringendo a maggiore abbassamento il muro per la nuova pressione, mettere a rischio anche la solidità e la forma delle aperture.

Meno semplici degli archi piani sono i cunei delle arcate e delle volte cilindriche perchè terminati da superficie piane alle teste ed ai fianchi, ma da superficie curve al di sopra e inferiormente. Tuttavia l'esecuzione di un cuneo qualunque è estremamente facile quando si abbia la forma della faccia di fronte, perocchè delineata sul masso di pietra se ne appiana la superficie, e quindi ad angolo retto colle rette dei fianchi si formano collo scalpello guidato dalla squadra, o colla sega, le superficie dei fianchi, e per avere l'altra faccia basterà segnare colla squadra la linea ad angolo retto che determina la lunghezza del cuneo sopra l'uno e l'altro fianco e tagliare a seconda di tali due rette. Per avere poi le superficie curve d'intradosso e d'estradosso, siccome è disegnato l'arco dalla forma della faccia di fronte, basta appoggiare la squadra allo spigolo formato dall'incontro de' piani del fianco colla faccia, e dall'estremità dell'angolo piano condurre una retta sul fianco: tagliando

la pietra per questa linea e seguendo la squadra che si farà girare sulla curva sempre appoggiando l'altro lato al piano della fronte, si otterrà la superficie curva d'estradosso o di intradosso, quando la volta sia retta. Se poi la volta è retta nel senso de' fianchi ma obliqua nel senso delle curvature, allora puossi conseguire lo stesso intento formando la faccia di fronte e i fianchi al solito modo, e adoperando per le superficie curve invece di squadra il modello dell'angolo formato dalla retta di inclinazione della volta colla verticale della fronte. La fronte opposta poi si otterrà tagliando il prismma che ne risulta con un piano perpendicolare alle superficie curve. Quando poi la volta sia obliqua soltanto nel senso dei fianchi, cioè in isbieco, vedrassi fra poco il modo di regularsi, ed apparirà non molto difficile l'apparecchio del cuneo anche nel caso dell'obliquità doppia, cioè che la volta sia inclinata all'orizzontale ed anche in isbieco. I cunei delle volte sferiche sono ancora più complicati avendo le superficie curve a doppia curvatura, ma di queste ancora si parlerà in seguito.

Le specie di volte sono moltissime e sono ancor molte le specie di curve che possono servire alla curvatura primitiva di esse, per cui una volta d'una specie può avere tante varietà quante sono le curve atte a stabilirne la forma. Di fatti le volte a cupola possono avere per curvatura primitiva la circonferenza del cerchio, un sistema d'archi circolari, le curve delle sezioni coniche, la catenaria, la cicloide, la cassinoide, ecc., onde l'apparecchio del cuneo ha bisogno di operazioni diverse secondo che diversificano le curve generanti la volta. Inoltre una stessa varietà di volte può ancora presentare qualche diversità secondo le dimensioni, secondo la legge fissata dall'architetto per la variazione di grossezza nei vari punti, o per molte altre particolari occorrenze. Sviluppare adunque tutti i casi possibili sarebbe vana speranza non potendosi prevedere le combinazioni che si potranno immaginare; ma quand'anche si potesse sarebbe opera perduta, perchè a chi conosce i principi coi quali deve operare, le specialità dei casi non possono presentare molta difficoltà, e a chi non li conosce non gioverebbe nemmeno lo sviluppare tutti i casi possibili.

Anche le scale, che al dir di Scamozzi per la frequenza de' molti transitanti per esse divengono agli occhi d'ognuno molto più ragguardevoli e degne di lode o di biasimo di qualunque altra parte o membro che sia nell'edificio così pubblico come privato, nel tutto del pari che nelle parti devono essere costrutte con molt'arte e diligenza. Le scale in pietra di taglio di qualunque forma sieno si presentano in due specie distintissime, cioè scale coi gradini appoggiati ad una volta che li sostiene o scale a gradini che si sostengono da sè. In quanto alle prime non essendo ufficio della stereotomia il determinare la forma di un gradino e il modo di eseguirlo, questo

non appartiene al caso nostro e la sola difficoltà è nella costruzione della volta, onde ci riduciamo sempre a questa faccenda; in quanto alle seconde, cioè a gradini che vicendevolmente si sostengono, esse possono essere soltanto quelle a chiocciola il cui apparecchio non è di molta difficoltà, quand'anche munite di fascia per l'appoggio del parapetto, e possono ancora essere senz'apparecchio quando la forza della pietra e le dimensioni dei gradini lasciano sperare bastante solidità coll'incassatura nei muri della scala.

Ecco adunque che l'esecuzione dei cunei nelle diverse specie di volte è l'operazione più difficile della stereotomia; però ai principi del taglio e ai tanti esempi offerti dall'autore fino sulle varietà di una stessa specie di volta crediamo utile aggiungere alcuni cenni estratti in compendio dalle *Proiezioni Grafiche* del chiarissimo professore Triamontini.

Volta in piano. — La superficie interna di questa specie di volta è un piano continuato e per lo più orizzontale in cui vengono a collocarsi tutte le facce inferiori dei cunei che la compongono. Data la grossezza della volta e l'ampiezza dell'apertura AF , figura 13, Tavola XXIX, sopra questa come base si descriva il triangolo equilatero ACF , e dal punto C come centro si descriva l'arco ABF ; diviso questo in tante parti eguali quanti sono i cunei che si vogliono dare alla volta, si conducano dal centro C per tutti i punti di divisione dell'arco tante rette fino all'incontro della linea determinante la grossezza della volta piana. Queste linee formano le divisioni longitudinali dei cunei. Una tale disposizione rende gli angoli inferiori dei cunei troppo diseguali, cosa da evitarsi quanto si può, onde è meglio pigliare il centro C alquanto sotto il vertice del triangolo equilatero. Siccome poi è difficilissimo che i cunei non iscorrano al basso discontinuando la superficie dell'intradosso, così è utile dare una piccola arcatura alle facce inferiori de' cunei. Se la profondità della volta è tale da dover impiegare più cunei nello stesso ordine, quando fossero egualmente lunghi, le committiture in ogni ordine sarebbero nello stesso piano verticale, onde la volta risulterebbe slegata con massimo danno della sua solidità. A riparare in parte questo inconveniente si impiegano cunei di varia lunghezza venendo così ad incatenare fra loro tutti gli archi componenti la volta. E questo spediente vale per qualunque specie di volta.

Volta Cilindrica o a Botte. — L'anello circolare della figura 2, Tavola XXXIV, sia la proiezione verticale di una volta a botte. Divisa una delle semicirconferenze in un numero dispari d'archi eguali e condotti i raggi per le divisioni, sarà l'anello diviso per essi in parti eguali e simili che sono altrettante facce apparenti di cunei. — Se per ciascuna divisione sia condotto un piano che passi pure per l'asse della volta, questa sarà divisa longitudinalmente in parti eguali ed ognuno sarà un cuneo se la profondità o lunghezza della volta non eccede la dimensio-

ne delle pietre che si pongono in opera; altrimenti si dividerà la lunghezza in diverse parti alternando ad ogni ordine come si è detto, e ciascun segmento intercetto fra due prossime sezioni anulari conterrà un ordine di cunei. Le occorrenze della fabbrica esigono spesso che la base della volta sia piuttosto una semiellissi che un semicerchio. In tal caso se vogliasi dividere l'arco in parti eguali non saranno eguali le corde; e volendo eguali le corde non lo saranno gli archi; onde le fronti dei cunei saranno sempre dissimili e però la forma costrutta per ridurre un cuneo non potrà valere alla riduzione del suo contiguo. Un'altra congiuntura contribuisce a produrre tale differenza: volendo l'archivolto esteriore di grossezza uniforme, il suo contorno esterno non potrà essere una semiellissi, ma una delle evolventi relative alla semiellissi interna. Se vuolsi per estradosso una semiellissi concentrica e simile all'interno, allora la grossezza della volta crescerà dalla sommità ai piedritti, se gli assi maggiori sieno nell'orizzontale che passa per le origini; avverrà il contrario se in essa saranno gli assi minori, perchè la differenza dei due semiasse maggiori sarà sempre più grande di quella dei due minori. Nella prima condizione non disdice che l'orlo esteriore sia ellittico e simile all'interiore, ciò accordandosi colle leggi statiche; nella seconda la combinazione delle ellissi è deforme e contraria alle dette leggi. Tali riflessioni sopra le volte di base ellittica ci scoprono i vantaggi derivanti dal sostituire all'ellissi un sistema d'archi circolari come si usa in pratica, vantaggi aumentati anche dall'altro, cioè che l'unione degli archi coi piedritti è più dolce e grata alla vista.

Cade qui in acconcio l'aggiungere parte della nota del Professore BORDONI sui cunei dei ponti in isbieco. « Sebbene lo scopo principale di questa nota sia di esporre le regole per trovare i lati e gli angoli dei cunei, che debbono costituire la fronte di un ponte in isbieco, quando si conoscano la saetta e la corda di esso, ed anco la declinazione del canale rispetto alla corda medesima, nulladimeno credo bene di non omettere la seguente regola, mediante la quale si può dirigere lo stesso tagliapietre per conseguire facilmente i cunei stessi.

Si costituisca un parallelo *abce*, N.º I, Tavola A, le cui parti *ab*, *ce* siano perfettamente fra loro eguali, e la distanza *ac* non che l'altra analoga sia eguale al raggio dell'arco *mgn* della fronte del ponte: vi si fissi in *e* l'asta rigida *en*, la quale faccia l'angolo *nem*, ove l'*em* è prolungamento dello spigolo *ie*, eguale all'*a*, ed esista nel piano passante per la *ie* stessa perpendicolarmente al piano *ac* del medesimo parallelo: preparato ciò, supponghiamo, che si volesse tagliare il corpo per formare il cuneo corrispondente all'arco *ed*, N.º II, porzione della semicirconferenza *adt* descritta sulla *st* eguale alla *2r*, e dalla banda opposta alla circonferenza descritta nella figura. . .

Si farà al corpo, dal quale dovranno trarre il cuneo, la faccia *piana*, che dovrà essere nella fronte del ponte; si appoggerà questa faccia sul piano *edfg*: fatto ciò, si fisserà la riga *ab* del parallelo sulla *so* in modo, che il vertice del suo angolo in *b* cada precisamente sul punto *o* centro dell'arco — *ed* —; e si taglierà il corpo vero o talmente che la faccia risultante, sia toccata in tutta la sua estensione dall'asta *en*, mentre il suo punto *e* percorre l'arco *ed*. Le altre due facce del cuneo, cioè quelle insistenti obliquamente sulle rette *eg*, *df*, si conseguiranno con facilità, osservando, che debbono essere piane ambidue, e la prima indicata dalla retta *eg* e dalla positura dell'asta *en*, quando *e* cada in *e*; e l'altra dalla *df* e dalla situazione della medesima asta *en*, condotto che sia il punto *e* su *d* senza toccare la riga *ab* del parallelo. — Se il cuneo da formarsi dovesse costituire parte della fronte di una volta analoga a quella contemplata nella Osservazione Quarta, bisognerebbe fissare talmente l'asta *en* alla riga *ce* del parallelo, che eretto il parallelo medesimo in un piano verticale, e disposta la sua riga *ab* inferiore parallelamente alla corda *mn* dell'arco della volta da eseguirsi, risultasse l'asta medesima *en* parallela alla direzione della volta stessa; e nel resto condursi come qui sopra si è detto pel caso ordinario.

Volta a schifo. — Questa specie di volta altrimenti detta a spicchi o a padiglione la cui base è un poligono regolare, risulta della combinazione di tanti pezzi di volte cilindriche costrutte sui lati opposti. Prendendo ad esempio l'ottagono regolare, figura 12, Tavola XLIII, s'immagini costituita una volta cilindrica sul lato *Al* e sull'opposto. Le porzioni di volta intercette dai piani verticali che passano per le estremità del lato *Al* ed il centro del poligono, proiettate nel triangolo *AlE* e nel suo opposto a' vertice, sono ciascheduna l'ottava parte della volta di cui si tratta. — Le parti di volta triangolari proiettate nei triangoli *AEI*, che si chiamano spicchi, divise da un certo numero di rette parallele in ogni triangolo congiunte per le estremità, formano tanti poligoni simili alla base della volta, e le sezioni comprese fra due di queste linee compongono gli ordini dei cunei. Sarà sempre conveniente, qualunque sia la dimensione della volta, evitar le committiture continuate, il che avverrebbe se tutti i cunei si unissero sull'asse dello spicchio o sopra uno de' suoi lati; conviene dunque alternarli fingendo le unioni di uno spicchio coll'altro, colla dimostrazione dell'angolo entrante nell'intradosso o sporgente all'esterno e congiungendo i cunei alternativamente come nelle altre volte. Siccome tutti i cunei meno gli angolari sono eguali a quelli delle volte cilindriche comuni così è chiaro che si saprà apparecchiare questa volta quando saprasi preparare il cuneo angolare. Le facce delle committiture e di fronte sono eguali a quelle dei cunei comuni: sviluppatate dunque le facce

d'intradosso e d'estradosso se ne formano i modelli. . . .

Volta sferica. — Un solido compreso fra due superficie sferiche concentriche e tagliato da un piano che passi pel centro somministra in ciascuna delle sue metà un modello di volta emisferica. Per dividerla in cunei divido in parti eguali una semicirconferenza interna o esterna della sua base ed in parti pure eguali o diseguali, ma decrescenti verso la sommità della volta, un quadrante di qualsivoglia suo circolo massimo perpendicolare alla base, e che chiameremo meridiano. Pei punti di queste ultime divisioni descriverò altrettanti circoli minori paralleli alla detta base, giacenti nella superficie interna o esterna cui spetta il meridiano. Immaginiamo che per ciascuna delle descritte circonferenze parallele passi una superficie conica posta col suo vertice nel centro della volta e ne penetri la solidità. Tutte queste superficie coniche saranno perpendicolari alle due superficie sferiche interna ed esterna, e per esse verrà divisa la volta in anelli che noi chiameremo ordini o filari quando saranno divisi in cunei. Per eseguire questa seconda divisione conduco altrettanti piani meridiani quanti sono i punti dividenti la semicirconferenza della base. Ciascun filare verrà diviso in parti eguali e simili che saranno altrettanti cunei della volta. I piani meridiani e le superficie coniche oltre ad essere perpendicolari alla superficie interna ed esterna della volta sono anche normali reciprocamente fra loro. Adunque la divisione ha tutte le condizioni che dimanda la solidità, e permette di comporre le parti dell'edificio in modo che i cunei si contengano vicendevolmente colle pressioni reciproche e si possano interrompere tutti i piani verticali nei quali cadono le congiunzioni dei fianchi. Imperciocchè si osservi che in qualunque luogo della superficie superiore in cui termina un filare, si può adattare il letto d'un cuneo qualunque del filare immediatamente superiore. Adunque potremo con un cuneo superiore coprire la commettitura verticale di due cunei inferiori, e così non solamente sarà interrotta la continuità dei piani verticali dove sono le congiunzioni dei fianchi, ma ancora i filari successivi si addenteranno vicendevolmente, dovendo riuscire i cunei necessariamente disposti come suol dirsi a morse.

Volta anulare. — Chiamo anulare quella specie di volta che ricopre con una sola superficie

continua il vano frapposto a due pareti, elevate sopra basi curve rientranti e parallele fra loro. Se s'immagina una retta perpendicolare alle due curve e che su essa cada un piano verticale in cui sia delineata una curva che tocchi le curve prime, formando il sesto della volta, movendosi il piano colla retta in modo che essa si conservi sempre normale alle curve rappresentanti i muri della volta, la curvatura disegnata nel piano descriverà la superficie interna di questa specie di volta. Se s'immagina inoltre divisa la superficie anulare compresa fra le due curve rientranti, da tante rette ad essa normali, ad eguali o ineguali distanze, e s'immagini pure divisa da un numero di curve parallele e simili alle due date, vedesi chiaramente che i cunei di questa specie di volta hanno le due teste piane ed eguali, i due fianchi a superficie curva e simile alle curve anulari e le facce d'estradosso e d'intradosso parimenti curve della specie della curvatura della volta. Questa specie di volta era specialmente impiegata dagli antichi per le gallerie esteriori degli anfiteatri. Ma se oltre le suddette cose s'immagina che sulle due curve concentriche s'innalzino le rispettive superficie perpendicolari, sopra le quali descrivansi due eliche parallele, e il piano generatore della volta si muova al modo già indicato su queste curve, allora si formerà la volta *elicoidica* o a *chiocciola*, ed è quella che si adopera per le scale dette a *chiocciola* o a *vite*. Crediamo inutile dar qui la forma dei cunei di queste due ultime specie di volta, mentre chi conosce i principi è in caso di trovare da sé il modo di eseguirli e altronde è impossibile parlare di tutti i casi dandosi infinite combinazioni.

Chiuderemo questi cenni con far osservare che da quanto si è preso in esame è lecito conchiudere non esser cosa facile il soddisfare perfettamente in pratica a tutte le condizioni necessarie, perchè la composizione d'una volta in cunei di pietra si compia senza difetto. Perciò è lodevole consiglio in architettura preferir sempre le figure più semplici, quando casi particolari non prescrivano espressamente il contrario. Questa massima che dai migliori architetti italiani è posta fra le regole concernenti alla bellezza, parmi confermata con vieppiù forti ragioni dalle leggi della meccanica e dell'economia.

NOTE

PER SERVIRE ALLA SPIEGAZIONE DI MOLTE TAVOLE

A P P E N A

MENTIONATE IN QUESTO VOLUME.

TAVOLA IX.

FIGURA 1. *Pianta e sezione di un monumento indicato da Guglielmo Gell, sotto il nome di Tesoro degli Atridi, nel suo itinerario nell'Argolide.*—Pausania fa menzione di tali costruzioni sotterranee, nel Capitolo XVII del Viaggio di Corinto. » La città di Micene, dice il Gell, che » era di una estensione considerevole, occupava » tutto il pendio della collina fino al torrente. » L'ingresso al tesoro, situato un pò sotto la » sommità della montagna, è al fondo di un » adito formato da due muraglie lunghe 20 piedi e 6 pollici. Sopra la pietra che copre il vano » della porta si vede un'apertura triangolare o » impostatura, come si osserva in molti edifici » di tale città: essa era altre volte chiusa pel » davanti con pietre ornate di sculture.

» La porta ha circa 20 piedi di altezza, e » 10 di larghezza al basso, ma sotto l'architrave è più stretta, ed è praticata in un muro » grosso 18 piedi. Il soffitto, formato di due » pietre, una delle quali di un volume considerevole, è lungo piedi 27, largo 16 ed alto 4.

» Questo passaggio sbocca in una vasta rotonda del diametro di 47 piedi e 50 circa di » elevazione, l'aspetto della quale presenta esattamente la forma di un alveare. Questa cupola è costrutta in pietre collocate in aggetto » una sull'altra e senza tagli, essendo tagliata » unicamente la parte in isporto a seconda del » profilo della curvatura e della diminuzione » delle corone orizzontali.

» Le pareti dell'ingresso e quelle dell'interno sono munite di chiodi di bronzo distribuiti » a scompartimenti e fortemente impiombati nel » muro. Questi chiodi sono composti d'un miscuglio di rame e di stagno nel rapporto di » 88 a 12.

» Benchè manchi una pietra alla sommità della » volta il restante non sembra però in nessun » pericolo di cadere. Si trovano volte costrutte » allo stesso modo nelle antiche città della Sicilia. » (Quest' esempio è citato nelle Notazioni preliminari sull'apparecchio e sulla costruzione delle volte. Vedi pagina 55.)

Figura 2. *Gallerie praticate nelle mura della cittadella di Tirinto.*— » Il recinto della città » della era formato da una muraglia di 25 piedi di grossezza, e della quale esistono ancora alcune parti; se ne può facilmente conoscere l'estensione dalle vestigia delle fondazioni scoperte nel rimanente del contorno di essa. » All'angolo sud-est si erano praticate, nella » grossezza del muro, due gallerie larghe 5 piedi ed alte 12, formate da tre divisioni parallele » costrutte in pietre di considerevole grossezza. » I lati di questa galleria si compongono di due » filari elevati verticalmente l'uno sull'altro, » e di altri due collocati con isporto all'interno, in modo che le pietre dell'ordine superiore si toccano e si appoggiano sul mezzo dello spazio, alla sommità dell'altezza. I due » ultimi filari sono tagliati in pendio in guisa di » formare sopra le gallerie una specie di volta » triangolare i cui lati presentano una inclinazione di 45 gradi. L'epoca di tali costruzioni » risale a circa 1400 anni prima dell'era volgare. (Opera precitata.)

Figura 3. *Galleria nell'interno della gran piramide.* (Vedi sezione 3.^a, pag. 55 e 56) — » Dall'ingresso esteriore del canale orizzontale, » o del pianerottolo che lo precede, si rimonta » sul prolungamento del secondo canale in una » galleria lunga piedi 124, pollici 8 e 5 linee, » alta piedi 25 e larga 6 piedi, 5 pollici e 2 » linee. Da ambe le parti esistono banchette alte »

» 1 piede 9 pollici ed una linea per ciaschedu-
 » na, e larghe 18 pollici e 6 linee. Il marcia-
 » piede fra le banchette è largo come nelle tre
 » altre gallerie (3 piedi e 5 pollici) ed ha
 » la inclinazione stessa della seconda, cioè 27
 » gradi. Ogni banchetta ha nella sua lunghezza
 » 28 fori ad eguale distanza fra loro e di un
 » piede di lunghezza, 6 pollici di larghezza e
 » 7 in 8 pollici di profondità.

» I muri laterali di questa galleria formati
 » di otto filari a sporto formano una specie di
 » volta terminata da un soffitto largo quanto il
 » marciapiede fra le due banchette. Le pietre
 » formanti tali filari sono della stessa specie delle
 » due gallerie precedenti (Pietre calcaree tratte
 » dalle cave di Gebel-Torrah.) » (Osserva-
 » zioni sulle piramidi di Giseh, e sui monu-
 » menti e sulle costruzioni che le circondano,
 » del colonnello Coutelle. Descrizione dell'Egitto.)

Figura 4. Ingresso della gran piramide. (Vedi
 la pagina 55) — » L'ingresso della gran pira-
 » mide è situato a 44 piedi 7 pollici e 3 linee
 » d'elevazione sopra la base ed al livello del
 » filare decimoquinto. Al di là di quest'ingres-
 » so è un canale stretto, inclinato, che ha 3
 » piedi 5 pollici d'altezza e di larghezza. Le
 » due prime gallerie e la galleria orizzontale
 » hanno la stessa dimensione; il pavimento, le
 » pareti ed il soffitto sono costrutti in larghe
 » pietre calcaree tratte dalle cave di Gebel-Tor-
 » rah, perfettamente appianate, unite ed appa-
 » recchiate colla più grande accuratezza.

» Il soffitto dell'ingresso è ricoperto da due
 » filari di pietra della stessa specie collocate
 » ad impostatura. La rapida inclinazione di que-
 » ste gallerie e la politura perfettamente unita
 » di tutte le facce le renderebbero impraticabi-
 » lissime senza incavature rustiche fatte sul suo-
 » lo, di tratto in tratto. » (Opera precitata.)

Figura 5. Tomba piramidale all'Ovest della
 gran piramide. — Mettiamo qui una tale figura
 per far conoscere una specie d'apparecchio di cui
 l'Egitto offre numerosi esempi, e che trovasi in
 molti antichi monumenti della Grecia e dell'I-
 talia. Esso è osservabile in ciò, che le commet-
 titure montanti non formano angoli retti coi pia-
 ni dei filari.

» Fra le ruine dell'antica Parium, ora Ka-
 » maris, città della Misia, si osservano quelle di
 » un teatro ed una gran muraglia di questa spe-
 » cie di costruzione in filari orizzontali, formate
 » di pietre il taglio delle quali non è rettango-
 » lare, e sembra esser succeduto alla costruzio-
 » ne poligona. Essa risale forse al tempo della
 » prima colonia di Parium. » (Viaggio Pitto-
 » rico della Grecia, di Choiseul-Gouffier,
 » tomo II, parte terza.)

Si osserva lo stesso apparecchio nelle mura
 della città di Pompeia. (Vedi le Ruine di Pom-
 peia di Mazois, parte I, Tavola XII. Le fi-
 gure 6 e 7 della Tavola IX sono citate nel-
 le note a piedi della pagina 8 di questo vo-
 lume.

TAVOLA XIV.

Figure 1 e 3. Nuovo metodo per l'apparec-
 chio dei massicci e rivestimenti in pietra di
 taglio. — Questa disposizione dei filari delle pie-
 tre nei massicci e rivestimenti ai quali si vuol
 procurare la maggior solidità possibile si trova
 osservata nella costruzione della principale pira-
 mide del cantone di Dahchour, presso l'antica
 Memfi.

» Ciò che distingue questa piramide da tutte
 » le altre, dice Jomard, è lo stato di conser-
 » vazione del suo rivestimento sulla maggior parte

» di ciascuna faccia; la sommità pure ha con-
 » servato la sua forma in punta acuta; la pie-
 » tra del rivestimento è liscia e ben tagliata. Il
 » monumento presenta in profilo due inclinazio-
 » ni: la parte inferiore è fabbricata sotto un an-
 » golo più aperto e la parte alta è meno in-
 » clinata, in modo che la piramide superiore e
 » intera posa sopra una piramide tronca. Un' al-
 » tra particolarità è che i filari del rivestimento
 » sono non già orizzontali, ma perpendicolari
 » all'inclinazione delle facce. »

TAVOLA XVIII.

Piante, sezioni e profilo della colonna Tra-
 iana. — Le particolarità descrittive di questo mo-
 numento, presentate nel primo libro di quest'o-
 pera, pagine 95 e seguenti, sono state tolte in
 parte dal bel lavoro di Piranese su tale riguar-
 do; tutte le figure di questa Tavola sono state
 ridotte colla più grande accuratezza secondo quelle
 dello stesso autore. Le linee e le lettere indicano ba-
 stantemente la relazione che hanno fra loro; e per-

ciò ci asterremo di entrare in veruna spiegazione.

Ai due lati della pianta del fusto della co-
 lonna, si è rappresentata la forma dei pezzi di
 metallo situati fra i filari, e quella degl'incavi
 ne quali sono posti. La parte inferiore di questi
 solidi è cubica; essa ha 3 pollici e 5 linee in
 tutti i sensi; il prisma rettangolare da cui è sor-
 montata ha 3 pollici e 9 linee di altezza sopra
 18 linee di base.

T A V O L A XXVIII.

Figure 1, 2 e 3. *Costruzione della sala ipostila del tempio o palazzo di Karnak.* — » Se » si traversa il portico in fondo alla corte, che dà » ingresso alla sala ipostila, entrali nel più stra- » ordinario monumento della magnificenza egizia, » consistente in una vasta sala i cui soffitti sono » sostenuti da 134 colonne di proporzioni colos- » sali ove tutto segnala la sontuosità degli an- » tichi re dell'Egitto.

» Generalmente è proprietà dei grandi monu- » menti il produrre vive emozioni nell'animo » degli spettatori: una semplice descrizione met- » terà il lettore in grado di giudicare dell'ef- » fetto che deve produrre questo vasto salone » ipostilo. Esso è un rettangolo lungo un $1/2$ » stadio egizio (metri 50) e largo metri 100, » cosicchè una delle sue dimensioni è esattamente » doppia dell'altra. Lo spazio che racchiude e » che è interamente coperto è più di 5,000 me- » tri quadrati. Convien figurarsi che una delle » più grandi chiese come nostra Signora di Pa- » rigi vi sta entro tutta intera. Le proporzioni » delle colonne impiegate nella sala ipostila » hanno obbligato a stabilir le terrazze a diverse » altezze. Si può considerare tal sala come di- » visa in tre porzioni d'eguale lunghezza, ma » d'inequali larghezze. La parte di mezzo che » contiene le più grosse colonne forma una specie » di adito fra le due distribuzioni laterali. Tutte » le descrizioni, tutti i disegni sono insufficienti » per dare un'esatta idea di questa costruzione; » perocchè sebbene se ne possano fissare le mi- » sure e paragonar le colonne che la decorano a » quelle dei più conosciuti edifici, vi sono sem- » pre degli effetti relativi alle località, e che » non ritraci nè per disegni nè per discorsi. Con- » viene rappresentarsi un adito formato con due » fila di sei colonne che hanno ciascuna metri » 3, 57 centimetri di diametro e 10 metri di cir- » conferenza. Sono queste, senza contraddizione, » le più grandi colonne che sieno mai state im- » piegate nell'interno degli edifici: sono eguali » in grossezza alla colonna Traiana ed a quella » che è stata recentemente eretta sulla piazza Ven- » dôme alla gloria delle armate Francesi e del » loro illustre capo; non occorrerebbero meno di » sei uomini per abbracciarne il perimetro. Queste » colonne hanno 21 metri dal pavimento fino » alla parte superiore del dado. Il solo capitello » ha metri $3 \frac{1}{3}$ di altezza; il suo maggior dia- » metro ne ha 7: il che fa un perimetro di 21 » metri, comprendenti una superficie di 83 me- » tri quadrati. Sui capitelli si elevano i dadi » alti un metro e $1/3$, che ricevono gli archi- » travi destinati essi pure a portar le pietre del » soffitto. Sono queste le più grandi di tutte » quelle che abbiamo vedute in opera nelle co- » struzioni egizie. Infatti la larghezza dell'adito » fra le colonne essendo di metri 5, 50, e le » pietre stendendosi dal mezzo di una colonna a

» quello dell'altra, non hanno potuto aver me- » no di metri 9, 20 di lunghezza. Esse hanno » 1 metro e 30 centimetri di spessorezza e una lar- » ghezza variabile, ma che non è giammai mi- »nore di 2 metri e 60 centimetri. Ciascuna di » esse contiene 31 metri cubici e doveva pesare » 65 mila chilogrammi. In tutto il soffitto ve » ne erano diciassette in 18 di tali dimensioni; » ma nessuna rimane in posto, essendo tutte ca- » dute, o perchè rovesciate a bella posta, o per- » chè rotte sotto l'enorme loro peso. I pezzi di » esse dispersi appiè delle colonne hanno nella » caduta più o meno infranti i capitelli. Gli ar- » chitravi sui quali erano stabilite le pietre del » soffitto rimangono ancora a sito; sono esse for- » mate di due massi situati l'uno accanto al- » l'altro sui dadi, dei quali occupano la lar- » ghezza; si estendono essi dal centro di una co- » lonna a quello dell'altra, ed hanno metri 7, » 50 di lunghezza ed una spessorezza di 2 metri. » Questi due massi sono assieme 65 metri cubici » e pesano 54 mila chilogrammi.

» Le colonne, che sono più di 200 metri cu- » bici ognuna, sono costrutte per filari regolari » alti 1 metro e centimetri 10, composti di » quattro pietre.

» Le altre due parti della sala ipostila sono » formate primieramente da sei ordini di nove » colonne, e da un settimo contiguo al grande » adito, che ne ha sette. Lo spazio che rimane » fra l'ultima colonna all'Est ed il fondo del- » la sala è occupato da muri verticali forman- » ti lati di una specie di vestibolo le cui facce » figurano pilastri. Le colonne hanno di altezza » totale, comprendendovi il dado e la base, 13 » metri; il loro diametro inferiore è di 2 metri » ed 8 decimetri, il che dà ad esse una circon- » ferenza di 8 metri e 40 centimetri, e sono co- » strutte in filari.

» Gli ordini di colonne contigue al grande a- » dito hanno i loro capitelli sormontati da dadi » sui quali si eleva un architrave coronato da » una cornice; ma siccome l'altezza risultante » dalla riunione di questi vari membri d'archi- » tettura è lungi dall'eguagliare quella degli ar- » chitravi delle grandi colonne, condizione che » si doveva adempiere per istabilire il soffitto a » livello, così si è elevata sopra la cornice una » specie d'Attico composto di piloni in pietra » larghi quanto il diametro superiore delle co- » lonne, e la cui altezza arriva alla parte infe- » riore degli architravi del grande adito: que- » sti pilastri sono anch'essi coronati di pietre che » reggono il soffitto. L'attico è decorato all'in- » terno ed all'esterno da una cornice. La specie » di finestre formate dai pilastri sono riempite » da pietre traforate per diminuire la troppa lu- » ce che sarebbe penetrata per queste aperture, » lasciando un libero passaggio all'aria; condi- » zione anch'essa indispensabile in un clima come

» quello d'Egitto ove la vivacità della luce
 » affatica la vista, e l'ardore del sole è tempe-
 » rato dai venti del Nord che soffiano regolar-
 » mente per i sei mesi più caldi dell'anno, ecc. »
 (Descrizione generale di Tebe, di Devilliers
 e Jollois.—Stato attuale del palazzo di Kar-
 nak.)

Figure 4, 5 e 6. Pianta e sezioni sui due
 sensi della camera reale della gran piramide.

— » Questa camera con tutta la parte, oltre
 l'ingresso del vestibolo, è costrutta in larghi
 » massi di granito ben puliti e piani. Ecco le
 » sue dimensioni :

Altezza	metri 5 millimetri	858
Lunghezza, lato del Nord » 10	»	467
» lato del Sud » 10	»	472
Larghezza, lato dell'Ovest » 5	»	235
» lato dell'Est » 5	»	200

» Il lato al Sud strapiomba di 18 millimetri,
 » il che diminuisce la larghezza del soffitto. La
 » maggior dimensione di questa camera è dal-
 » l'Est all'Ovest.

» Era stata osservata un'apertura all'alto del-
 » la grande galleria, a sinistra ed in faccia,
 » prima d'entrare nel vestibolo; ma s'ignorava
 » ove potesse condurre. Per penetrarvi bisognava
 » dimorare come noi al piede di questi monu-
 » menti, farvi portare delle brevi scale che potes-
 » sero passare per le strette rivolte delle gallerie
 » ed unirle in seguito per formarne una di 8 in
 » 9 metri. Prese le nostre misure per fare tale
 » scoperta, eravamo appena entrati in un cana-
 » le alto 731 millimetri, e largo millimetri
 » 650, che una nube di pipistrelli si precipitò
 » su noi per uscire. Fummo costretti di restare
 » lungo tempo coricati sopra un letto di polve-
 » re e d'escrementi di tali animali ove eravamo
 » storditi dal sibilo degli arti alati e soffocati
 » dal puzzo acutissimo che lasciano nei luoghi
 » da essi abitati. Fummo costretti di coprirci il
 » viso per non essere esposti agli attacchi delle
 » loro griffe, e di nascondere i nostri lumi, uno
 » dei quali nondimeno fu tosto spento. Final-
 » mente percorremmo salendo, uno spazio di me-
 » tri 8, millimetri 385 ed arrivammo in un
 » vuoto ove nessuna luce avea potuto penetrare
 » dopo molti secoli.

» Vuoto sopra la camera sepolcrale.-- » Erava-
 » mo allora precisamente sopra la camera sepol-
 » crale, ma il vuoto lungo e largo come questa
 » camera è elevato 1 metro e 2 millimetri. Le
 » pietre formanti il soffitto come i quattro mu-
 » ri delle pareti in granito sono soltanto appia-
 » nate senza essere pulite; e quelle che costitui-
 » scono il pavimento, e per conseguenza il sof-
 » fitto della camera sepolcrale, sono da questa
 » parte rozze e d'altezza ineguale fra loro va-
 » riante dai 54 ai 135 millimetri. Questo pavi-
 » mento è tutto coperto da uno strato d'escre-
 » menti di pipistrelli, perfettamente unito per
 » tutta la superficie, grosso 14 centimetri sulle
 » pietre più alte, e 28 sulle più basse; in gui-
 » sa che lo strato totale ha circa 21 centimetri

» su tutto il pavimento, come anche nel ca-
 » nale.

» Non può esistere nessuna incertezza sui moti-
 » vi della costruzione di questo doppio soffitto
 » eseguito solamente per formare una impostatu-
 » ra, o di carico simile a quella dell'ingresso
 » della piramide, e per evitare che la camera sa-
 » cra non fosse schiacciata dal peso superiore.

» Questa precauzione non è stata inutile affat-
 » to: molte pietre di questo secondo soffitto so-
 » no fesse ad una piccola distanza dalla loro te-
 » stata, e i massi di granito che le sostengono
 » sono infranti sugli orli dal peso delle pietre
 » collocate in pendio sull'estremità di questo
 » soffitto, e da quello della massa superiore. »
 (Estratto delle memorie del Colonnello Coutel-
 le, già citato.)

Prima di conoscere queste disposizioni interne,
 la cui scoperta è dovuta ai signori Lepère e Cou-
 telle, io avea sempre pensato che i nove grandi
 pezzi di granito formanti il soffitto della camera
 reale della grande piramide, avevano lo scopo
 di determinare all'occhio le proporzioni di questa
 camera assai più che quello di sostenere la mas-
 sa sotto la quale è praticata.

Credo dover riferire in questo luogo l'opinio-
 ne da me emessa a tale riguardo nella prima e-
 dizione di quest'opera.

» Dalla precauzione presa per la camera infe-
 » riore, si può credere che questi soffitti non
 » portino punto la massa superiore che sarebbe
 » ancora più considerevole di quella corrispon-
 » dente alla camera inferiore, ma che il di so-
 » pra di questo soffitto sia isolato da un vuoto
 » formato o con grandi pietre inclinate come la
 » copertura della camera inferiore, o piuttosto
 » con una specie di piramide incavata formata
 » con isporti come abbiamo indicato con linee
 » punteggiate. (Arte di Edificare, Tomo II,
 » pagina 63. Parigi, 1804.)

Figure 7, 8 e 9. Pianta, soffitto e sezione del
 pronao del tempio di Teseo in Atene.— » Il
 » soffitto di quest'edificio è bello e conservato
 » benissimo; le travi di marmo che vi si vedo-
 » no, corrispondono colla loro direzione orizzon-
 » tale, a ciascun triglifo, tranne qualche pic-
 » ciola differenza risultante verosimilmente da
 » piccioli errori nella esecuzione. Questo rappor-
 » to osservabilissimo che hanno coi triglifi prova
 » che la loro origine deriva dai pezzi di legno
 » che li fermavano colle loro estremità: nondi-
 » meno, siccome le travi del soffitto del tempio
 » di Teseo sono elevate all'altezza del mutilo,
 » si potrebbe credere che annunciassero piuttosto
 » l'origine di quest'ornamento, se Vitruvio non
 » ci facesse conoscere che fu imitato dallo spor-
 » to delle forze del tetto; il che sembra tanto
 » più provato in quanto che la faccia di que-
 » sto mutilo, sotto la quale sono le gocce, è
 » inclinata al tempio di Teseo ed anche preci-
 » samente dell'inclinazione dei due lati rampan-
 » ti del frontone. La disposizione del soffitto dei
 » portici del tempio di Teseo sembrami sparger

» nuova luce su quella del soffitto del vestibolo
 » del tempio toscano; i pezzi di legno formanti
 » quest'ultimo erano, secondo me, disposti co-
 » me si è veduto essere quelli di marmo nel-
 » l'altro.

» Le travi di marmo del soffitto del tempio
 » di Tesco, di cui ho parlato, portano tavole
 » penetrate da quattro fori. Ciascun foro era tu-
 » rato pel di sopra del tempio con un pezzetto
 » di marmo quadrato, da levarsi e rimettersi;
 » questa disposizione sembra singolare, ma du-
 » bito che fosse usata e stimata in Grecia.

» I pezzetti di marmo tagliati in forma di te-
 » gole che coprivano il tempio di Giove in O-
 » limpia, inventati secondo Pausania da Bises
 » di Naxo, erano forse simili a quelle che si
 » osservano nella copertura del tempio di Te-
 » seo. » (*Ruine de' più bei monumenti della*
Grecia, di D. Le Roy.)

Figure 10, 11 e 12. *Pianta, soffitti e se-
 zione della Tomba di Milassa.* — » Ad un
 » quarto dalla città di Melasso è un edificio di
 » marmo bianco d'una forma e di una esecu-
 » zione interessante. Esso è un sepolcro a due
 » piani di cui quello a livello del terreno,
 » formante una sottobase, era destinato a rin-
 » chiudere i corpi o le ceneri dei morti. Non
 » vi è nessuna scala per salire nella parte su-
 » periore ove sembra nondimeno che i parenti
 » del morto talvolta si radunassero. Un'aper-
 » tura di circa 2 pollici di diametro che co-
 » munica nel sottobasamento sembra destinata
 » a ricevere le libazioni che essi spandevano.

» La sottobase porta otto colonne e quattro
 » pilastri d'ordine corintio e l'edificio si ter-
 » mina in piramide.

» Le colonne di quest'edificio sono notevoli
 » per la loro forma particolare e pe' corpi retti
 » che sembrano unire le due parti di cui sono
 » composte. Io pensai dapprima che avessero po-
 » tuto servire a portare una griglia o chiusura
 » qualunque che chiudeva il monumento, ma
 » cercai invano i posti de' gangheri che l'avreb-
 » bero sostenuta. E' nondimeno impossibile di
 » riguardare questa disposizione come un sem-
 » plice capriccio dell'architetto, e penderei a
 » credere che abbia dato questa forma alle co-
 » lonne onde aumentare la loro forza senza al-
 » terarne i rapporti, e per metterle in istato di
 » sostenere la massa considerevole da cui erano
 » caricate. Non è questa la sola volta che si
 » abbia azzardato questa irregolarità. Le Roy fa
 » menzione nella sua opera d'un capitello com-
 » posito trovato a Roma, e di frammenti da
 » lui trovati nell'isola di Delo, che sembrano
 » appartenere a colonne simili; io stesso ho tro-
 » vato nell'Asia minore più tamburi di questo

» genere stesso, ma erano tutti di un diametro
 » picciolissimo.

» La figura prima dà il disegno del soffitto
 » renduto interessantissimo dalla differenza dei
 » suoi piani e dalla opposizione delle sue forme.
 » Le soffitte sono decorate di cassettoni regolari
 » disposti con simmetria e arricchiti d'ornati
 » del miglior gusto e di una esecuzione ricerca-
 » tissima. Senza dubbio ve ne erano pure nei
 » triangoletti a giorno nei quattro angoli del
 » soffitto; ma non avendone trovato alcun ve-
 » stigio, io non ho creduto doverli porre per
 » mia autorità. » (*Viaggio pittorico nella Gre-
 cia di Choiseul-Gouffier, tomo I, pagina*
144 e seg.)

Figure 13, 14 e 15. *Pianta, soffitti e sezio-
 ne della tribuna di Pandrosa appartenente al
 tempio di Minerva Poliade in Atene.* — Davide Le
 Roy non dà alcun lume sul numero e sulla dis-
 posizione dei pezzi componenti la copertura di
 questo prezioso monumento; Stuart e Revett non
 hanno riparato quest'omissione nel lavoro che
 hanno pubblicato posteriormente sulle antichità
 d'Atene. Il silenzio di questi autori su tale ri-
 guardo, la perfetta conservazione di tutta questa
 parte, e la picciolezza delle sue dimensioni potreb-
 bero far presumere che questo soffitto sia forma-
 to di un sol pezzo; nondimeno è più naturale il
 credere che sia diviso dai travi in più spazi, che
 penetrino da una parte nel muro del tempio di
 Minerva, e riposino dall'altra sull'architrave che
 corona le 4 cariatidi della facciata.

Figure 18 e 19. *Frontespizio del tempio
 della Concordia a Roma.* — » L'architrave ed
 » il fregio sono di un sol filare e fanno una ta-
 » vola tutta unita pel davanti sulla quale è l'in-
 » scrizione; la faccia del lato sinistro è anch'es-
 » sa tutta unita, essendo l'architrave profilato so-
 » lamente dalla parte destra; la cornice è di un'al-
 » tro filare posato a secco e senza malta sull'ar-
 » chitrave: è da osservarsi che i letti non sono
 » politi nè pure liscati, ma scarpellati assai fitti e
 » profondi. Sopra la cornice vi sono archi di sca-
 » rico nel diritto degl'intercolonnii per sostenere
 » il peso del timpano che è di mattone. » (*Estrat-
 to da Desgodetz, Capo IX, pagina 120.*)

Si trova la stessa disposizione in molti monu-
 menti dell'antichità, e specialmente nel portico
 conosciuto a Milano sotto il nome di Bagni di
 Nerone presso la chiesa di S. Lorenzo, il quale è
 formato di sedici colonne riunite da architravi di
 un sol pezzo, sormontati da arcate in mattone
 ad uso di scarico ed occupanti lo spazio del fre-
 gio. Il mezzo di questo colonnato è aperto da
 un largo intercolonnio ricoperto da una curvatu-
 ra in mattone posante sugli architravi.

85521

